

DOÁDI ANTÔNIO BRENA

COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE INVENTÁRIOS FLORESTAIS SUCESSIVOS  
EM RELAÇÃO A AMOSTRAGEM COM REPETIÇÃO PARCIAL, APLICADOS  
EM UMA POPULAÇÃO ESTRATIFICADA

Dissertação submetida à consideração da Comissão Examinadora, como requisito parcial na obtenção de Título de "Mestre em Ciências-M.Sc.", no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA

1979

COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE INVENTÁRIOS FLORESTAIS SUCESSIVOS  
EM RELAÇÃO A AMOSTRAGEM COM REPETIÇÃO PARCIAL, APLICADOS  
EM UMA POPULAÇÃO ESTRATIFICADA

DISSERTAÇÃO

Submetida à Consideração da Comissão Examinadora, como  
requisito parcial para a obtenção do Título de  
Mestre em Ciências (M.Sc.)

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL  
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

APROVADO:

\_\_\_\_\_ PRESIDENTE

\_\_\_\_\_ EXAMINADOR

\_\_\_\_\_ EXAMINADOR



COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

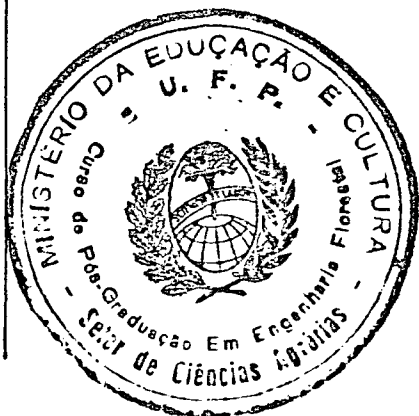
P A R E C E R

Os membros da Comissão Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado apresentada pelo candidato DOADI ANTONIO BENA, sob o título " COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE INVENTÁRIOS FLORESTAIS SUCESSIVOS EM RELAÇÃO A AMOSTRAGEM COM REPETIÇÃO PARCIAL, APLICADOS EM UMA POPULAÇÃO ESTRATIFICADA ", para obtenção do grau de Mestre em Ciências - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, área de concentração: MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido o candidato, e realizada a atribuição de conceitos, são de parecer pela " APROVAÇÃO COM DISTINÇÃO " da Dissertação, completando assim os requisitos necessários para receber o Grau e o Diploma de Mestre.

Curitiba, 12 de fevereiro de 1979.

Professor Niro Higuchi - M.Sc  
Primeiro Examinador

Professor Joésio Deoclécio Pierin Siqueira - M.Sc  
Segundo Examinador



Professor Roberto Tuyoshi Hosokawa-Ph.D  
Presidente

À minha Mãe  
e Irmãos

À TÂNIA minha esposa

À memória de meu Pai

DEDICO

## AGRADECIMENTOS

Aos orientadores, Professores Sylvio Péllico Netto e Roberto Tuyoshi Hosokawa e ao co-orientador, Professor Joésio Deoclécio Pierin Siqueira, pela orientação, estímulo, compreensão e amizade.

À Universidade Federal de Santa Maria que permitiu a realização do Curso de Pós - Graduação em Engenharia Florestal, opção Inventário Florestal, na Universidade Federal do Paraná.

À DURAFLORA SILVICULTURA E COMÉRCIO LTDA que, gentilmente, colocou-nos a disposição seu arquivo de dados.

À Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná pelo auxílio dispensado na codificação dos dados.

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, por possibilitar a realização deste curso e do presente trabalho.

Aos Professores Sebastião do Amaral Machado, Dietrich Burger e Ahi Rudra, pelas sugestões apresentadas.

Aos demais Professores, Funcionários e Colegas de Curso que direta ou indiretamente colaboraram na execução deste trabalho.

Em especial à minha Espôsa pelo apoio, estímulo e compreensão dispensada no decorrer do Curso, bem como pela datilografia da primeira versão deste trabalho.

## BIOGRAFIA

DOÁDI ANTÔNIO BRENA, filho de Mário Brena e Ondina da Silva Brena, nasceu em Passo Fundo, Estado do Rio Grande do Sul, no dia 02 de junho de 1952.

Concluiu o Curso Primário no Grupo Escolar Jorge Manfroí, em Mato Castelhano, Passo Fundo e o Secundário no Ginásio Agrícola de Passo Fundo, em Engenheiro Luiz Englert, Passo Fundo.

Em 1968 iniciou o 2º grau no Colégio Agrícola de Alegrete, graduando-se em 1970.

Em 1971 iniciou o Curso de Engenharia Florestal na Universidade Federal de Santa Maria, graduando-se em 1974.

Atualmente exerce o cargo de Auxiliar de Ensino, no Curso de Engenharia Florestal da UFSM, em Santa Maria, tendo iniciado esta atividade em 1975.

Iniciou em março de 1977, na Universidade Federal do Paraná, o Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal com especialização na Área de Manejo Florestal, concluindo os requisitos para o grau de M.Sc. em fevereiro de 1979.

## S U M Á R I O

	Página
Lista de Figuras .....	x
Lista de Quadros .....	ix
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Objetivos .....	2
2. REVISÃO DE LITERATURA .....	4
2.1 Métodos de inventários florestais sucessivos ..	4
2.1.1 A Amostragem com Repetição Parcial .....	6
2.1.2 Inventário independente em cada ocasião .....	11
2.1.3 A mesma amostra é remedida nas ocasiões sucessi vas .....	13
2.1.4 Sub-amostragem em uma ocasião .....	13
2.1.5 Estimadores de crescimento .....	16
2.2 Estratificação .....	19
2.3 Intervalo de tempo entre duas medições .....	22
3. MATERIAIS E MÉTODOS .....	25
3.1 Local de estudo e aspectos fisiográficos .....	25
3.1.1 Clima .....	25
3.1.2 Hidrografia .....	26
3.1.3 Geologia e geomorfologia .....	27
3.1.4 Solos .....	28
3.1.5 Vegetação .....	28

	Página
3.2 População florestal estudada .....	29
3.3 Obtenção dos dados .....	30
3.3.1 Informações disponíveis .....	30
3.3.2 Informações necessárias .....	30
3.3.3 Cálculo do volume das parcelas .....	32
3.4 Estratificação .....	32
3.5 Tamanho da amostra e precisão requerida .....	36
3.6 Definição dos três grupos de unidades amostrais	37
3.6.1 Unidades amostrais temporárias - u - .....	37
3.6.2 Unidades amostrais permanentes - m - .....	37
3.6.3 Unidades amostrais novas - n - .....	37
3.7 Os métodos de inventários florestais sucessivos e seus estimadores .....	38
3.7.1 Definição da amostra .....	38
3.7.2 Teoria da Amostragem para estimar volume corren te .....	40
3.7.3 Melhor estimativa do volume médio na primeira ocasião e sua variância .....	47
3.7.4 Teoria da Amostragem para estimar a mudança em volume .....	48
- 3.7.4.1. O melhor estimador sem tendência pa ra crescimento .....	48
- 3.7.4.2. Estimador baseado na média total da ocasião 1 e a melhor estimativa da mé dia na ocasião 2 .....	53
- 3.7.4.3. Estimador que usa somente as parce las remedidas (matched) .....	54



	Página
- 3.7.4.4. Estimador que usa as parcelas não re medidas .....	55
- 3.7.4.5. Estimador ponderado das parcelas per manentes e das independentes .....	55
- 3.7.4.6. Estimador baseado em todas as médias das duas ocasiões .....	57
- 3.7.4.7. Estimador baseado em toda a média da ocasião 1 e a estimativa de regressão da ocasião 2 .....	58
3.8 Prova de homogeneidade de variâncias .....	58
3.9. Comparação das estimativas dos diferentes méto dos de inventários sucessivos com a população estratificada .....	59
3.10 Eficiências relativas dos estimadores dos dife rentes métodos de inventários florestais suces sivos em relação à Amostragem com Repetição Par cial .....	62
3.10.1 Eficiência relativa do estimador $g_c$ .....	64
- 3.10.1.1. Primeira Ocasião .....	64
- 3.10.1.2. Segunda Ocasião .....	65
- 3.10.1.3. Crescimento .....	65
3.10.2 Eficiências relativas do estimador $g_m$ .....	66
- 3.10.2.1. Primeira e Segunda Ocasiões .....	66
- 3.10.2.2. Crescimento .....	66
3.10.3 Eficiências relativas do estimador $g_i$ .....	67
- 3.10.3.1. Primeira e Segunda Ocasiões .....	67
- 3.10.3.2. Crescimento .....	67

	Página
3.10.4 Eficiências relativas do estimador gr .....	68
- 3.10.4.1. Primeira Ocasão .....	68
- 3.10.4.2. Segunda Ocasão .....	68
- 3.10.4.3. Crescimento .....	68
3.10.5 Eficiências relativas do estimador go .....	69
- 3.10.5.1. Primeira e Segunda Ocasões .....	69
- 3.10.5.2. Crescimento .....	70
3.10.6 Eficiência relativa do estimador gw .....	70
- 3.10.6.1. Crescimento .....	70
3.11 Efeito da estratificação nas estimativas dos <u>mé</u> todos de inventários sucessivos testados .....	71
3.12 Intervalo de tempo entre duas medições <u>sucessi</u> vas .....	71
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	74
4.1 Análise de variância da estratificação .....	74
4.2 Tamanho da amostra .....	74
4.3 Fator de forma utilizado no cálculo do volume das parcelas .....	76
4.4 Comparação das estimativas dos diferentes <u>mét</u> odos de inventários sucessivos obtidas com a <u>po</u> pulação estratificada .....	76
4.5 Efeito da estratificação nas estimativas dos <u>mé</u> todos inventários sucessivos testados .....	81
4.6 Intervalo de tempo entre duas medições <u>sucessi</u> vas .....	83
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	93

	Página
6. RESUMO .....	96
SUMMARY .....	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	100
APÊNDICE .....	102

## LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
01 Eficiência relativa dos estimadores $gc/gb$ para a estimativa da primeira ocasião .....	113
02 Eficiência relativa dos estimadores $gc/gb$ para a estimativa do crescimento .....	114
03 Eficiência relativa dos estimadores $gb/gm$ para a estimativa do crescimento .....	115
04 Eficiência relativa dos estimadores $gi/gb$ para a estimativa do crescimento .....	116
05 Eficiência relativa dos estimadores $gr/gb$ para a estimativa da segunda ocasião .....	117
06 Eficiência relativa dos estimadores $gr/gb$ para a estimativa do crescimento .....	118
07 Eficiência relativa dos estimadores $go/gb$ para a estimativa do crescimento .....	119

## LISTA DE QUADROS

Quadro	Página
01 Constituição da população amostrada e as medições realizadas .....	29
02 Volumes com casca ( $m^3/ha$ ) de <i>Eucalyptus</i> spp. amostradas nos Estratos A, B e C.....	33
03 Análise de variância dos volumes nos três estratos .....	74
04 Proporção do número de parcelas de cada estrato segundo a alocação ótima .....	75
05 Resultados obtidos para cada um dos métodos de inventários sucessivos a partir da amostra estratificada .....	77
06 Eficiências relativas dos estimadores de cada método de inventário sucessivos em relação a Amostragem com Repetição Parcial (gb), para a população estratificada .....	79
07 Resultados obtidos para cada um dos métodos de inventários sucessivos a partir da amostra aleatória .....	82
08 Efeito da estratificação nas estimativas dos métodos de inventários sucessivos .....	83
09 Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1974-1975 ...	85

Quadro		Página
10	Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1975-1976 ...	86
11	Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1976-1977 ...	87
12	Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1974-1976 ...	89
13	Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1974-1977 ...	90
14	Comparação das estimativas de crescimento obtidas para os períodos de 2 e 3 anos entre duas medições, com a somatória dos crescimentos estimados nos mesmos períodos com o intervalo de 1 ano entre as medições .....	92
15	Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw no estrato A .....	103
16	Resultados obtidos para os estimadores gm e gi no estrato A .....	104
17	Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw no estrato B .....	105
18	Resultados obtidos para os estimadores gm e gi no estrato B .....	106
19	Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw no estrato C.....	107
20	Resultados obtidos para os estimadores gm e gi no estrato C .....	108
21	Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw a partir da amostra estratificada.	109

Quadro		Página
22	Resultados obtidos para os estimadores $g_m$ e $g_i$ a partir da amostra estratificada .....	110
23	Resultados obtidos para os estimadores $g_b$ , $g_c$ , $g_r$ , $g_o$ e $g_w$ a partir da amostra aleatória ....	111
24	Resultados obtidos para os estimadores $g_m$ e $g_i$ a partir da amostra aleatória .....	112

## 1. INTRODUÇÃO

Face a crescente carência de matéria prima proveniente das florestas nativas, o setor florestal brasileiro vem sofrendo uma transformação gradativa em suas atividades, especialmente com a implantação de florestas homogêneas, através dos incentivos fiscais ou por iniciativa própria, visando a produção sustentada de madeira com espécies adequadas às aplicações industriais específicas. Esta mudança de atitude tem sido caracterizada por um maior interesse das Empresas Florestais, em avaliar periodicamente sua matéria prima e manter um controle rígido sobre seus estoques, bem como conhecer o potencial produtivo de seus sítios, a fim de dispor dos subsídios necessários para a elaboração de planos de manejo e exploração florestal.

Neste particular, os inventários florestais assumem fundamental importância, uma vez que o sucesso das decisões depende do grau de confiabilidade e da quantidade de informações obtidas sobre os recursos florestais. Deve-se considerar entretanto, que a realização de um inventário sobre uma determinada área, sem ser repetido posteriormente, é satisfatório para a Empresa que deseja conhecer apenas as condições atuais da floresta. Porém, para se conhecer as mudanças que ocorrem nesta área florestal, bem como o seu comportamento em função do tempo, necessário se faz a realização de inven



tários florestais sucessivos.

No entanto, observa-se em algumas Empresas que a avidez pelas informações, tem levado à aplicação de inventários sucessivos indiscriminados, sem um estudo particular de suas eficiências, acarretando o dispêndio de um volume enorme de recursos. Muitas vezes, inclusive, a estrutura do inventário é escolhida em função de uma maior familiaridade que se tem em relação a um determinado método.

Por estas razões, torna-se necessário estudar os métodos usuais de inventários sucessivos, comparando suas eficiências relativas, e escolher o mais adequado para a situação em estudo.

Outro aspecto da maior importância em inventários florestais sucessivos é o intervalo de tempo ótimo a ser estabelecido entre duas medições. Comumente as Empresas repetem seus inventários anualmente. Porém, de acordo com a necessidade das informações e a correlação existente entre duas medições sucessivas, pode-se aumentar este intervalo sem prejuízo nas estimativas do estoque e do crescimento.

O presente trabalho procura analisar estas questões que são, sem dúvida, de relevada importância para a otimização dos inventários florestais sucessivos.

## 1.1 OBJETIVOS

- 1.1.1. Analisar as eficiências relativas dos métodos de inventários florestais sucessivos Independentes, Inventário Florestal Contínuo e Dupla Amostragem em relação a Amostragem com Repetição

Parcial, na obtenção dos volumes médios da primeira ocasião, segunda ocasião e crescimento, com a população estratificada;

1.1.2. Analisar o efeito da estratificação sobre as estimativas dos volumes médios da primeira ocasião, segunda ocasião e crescimento, em cada um dos métodos testados, comparando-se com as estimativas obtidas de uma amostra inteiramente ao acaso;

1.1.3. Estudar o intervalo de tempo ótimo entre duas medições sucessivas.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 MÉTODOS DE INVENTÁRIOS FLORESTAIS SUCESSIVOS

Os inventários florestais sucessivos tem sido amplamente usados pelas Empresas Florestais da Europa, Estados Unidos e Canadá, bem como por suas Entidades Públicas Florestais como base para a adoção de políticas de desenvolvimento.

Segundo HUSCH et al.<sup>17</sup> a amostragem em ocasiões sucessivas para os inventários florestais tem três objetivos:

- Estimar quantidades e características da floresta presentes no primeiro inventário;
- Estimar quantidades e características da floresta presentes no segundo inventário;
- Estimar as mudanças que ocorrem na floresta durante o período.

BICKFORD<sup>3</sup>, CUNIA & CHEVROU<sup>9</sup>, FAO<sup>13</sup>, HUSCH et al.<sup>17</sup> de finem quatro métodos básicos de se combinar as unidades amostrais permanentes e temporárias, em inventários florestais sucessivos:

a) Uma amostra completamente nova pode ser estruturada para a floresta por ocasião de cada inventário. As unidades amostrais são todas temporárias e tomadas independentemente em cada ocasião - Inventários Independentes.

b) As unidades amostrais tomadas na primeira ocasião

são todas remedidas na segunda ocasião, bem como em todas as ocasiões seguintes - Inventário Florestal Contínuo (IFC).

c) Na segunda ocasião apenas uma parte das unidades amostrais tomadas na ocasião inicial são remedidas - Dupla Amostragem.

d) Na segunda ocasião, parte das unidades da primeira ocasião são remedidas, e novas unidades são tomadas - Amostragem com Repetição Parcial.

CUNIA & CHEVROU<sup>9</sup> mostram que o método de Amostragem com Repetição Parcial engloba em sua estrutura todos os demais métodos mencionados. Consideram a existência de três grupos de unidades amostrais em inventários sucessivos, como segue:

a) O primeiro grupo de tamanho  $m$  (permanentes) constituído pelas unidades medidas em ambas as ocasiões;

b) O segundo grupo de tamanho  $u$  (temporárias) constituído pelas unidades medidas somente na primeira ocasião;

c) O terceiro grupo de tamanho  $n$  (novas) constituído de unidades medidas somente na segunda ocasião.

Afirmam estes autores que se o primeiro grupo de unidades for vazio,  $m = 0$ , a Amostragem com Repetição Parcial transforma-se em Inventários Independentes; se o segundo e terceiro grupos forem vazios,  $u = 0$  e  $n = 0$ , tem-se o Inventário Florestal Contínuo; se apenas o terceiro grupo for vazio,  $n = 0$ , obtém-se a Dupla Amostragem. Consideram, portanto, a Amostragem com Repetição Parcial como o método geral de amostragem em ocasiões sucessivas, e o mais eficiente entre os quatro processos.

### 2.1.1 A AMOSTRAGEM COM REPETIÇÃO PARCIAL

Segundo COCHRAN<sup>6</sup> a primeira menção a este método de amostragem foi feita por JENSEN\*, em 1942, que o aplicou a problemas de natureza agrícola. Porém a aplicação do método básico da Amostragem com Repetição Parcial foi proposta posteriormente por BICKFORD<sup>2</sup>, em 1956, surgindo a seguir inúmeras contribuições ao desenvolvimento de sua teoria.

WARE & CUNIA<sup>25</sup> em 1962 apresentaram de forma detalhada, a teoria da Amostragem com Repetição Parcial aplicada a inventários florestais em duas ocasiões sucessivas. Consideram, neste trabalho, a relação que une duas medições sucessivas através das parcelas permanentes, como uma função linear simples.

CUNIA<sup>11</sup> dá uma idéia clara da gama de aplicações da Amostragem com Repetição Parcial, dizendo que se  $x$  e  $y$  são duas variáveis relativamente caras de serem obtidas, mas as estimativas de ambos os parâmetros são necessárias, pode ser mais eficiente aplicar a Amostragem com Repetição Parcial, ao invés de uma única amostragem na qual todos os elementos são medidos tanto para  $x$  como para  $y$ . Ainda, discorrendo em torno da versatilidade do método, afirma que a exigência de precisão pode mudar de uma ocasião para outra, bem como o tipo de estratificação usado, ou tipo de medição das árvores, podem ser mudados e adaptados para as necessidades e condições atuais.

\* JENSEN, R.J. Statistical investigation of a sample survey for obtaining farm facts. Bull. Iowa Agr. Exp. Station, 304, 1942.

Mais tarde CUNIA<sup>8</sup> em 1965, apresentou a aplicação de regressão linear múltipla para a estimativa dos parâmetros da população nas duas ocasiões. Adverte entretanto que o uso da regressão linear múltipla só se justifica quando é possível estratificar a população através das variáveis qualitativas "dummy".

Em 1966, FRAYER<sup>14</sup> sugeriu o uso do método da estimativa dos mínimos quadrados ponderados, sempre que as variâncias da primeira e segunda ocasiões não fossem homogêneas.

WARE & CUNIA<sup>25</sup> salientam um aspecto prático da Amostragem com Repetição Parcial, dizendo que qualquer fracasso da amostra inicial no sentido de ser representativa da população, pode ser parcialmente compensada pela introdução de novas unidades amostrais.

FRAYER & FURNIVAL<sup>15</sup> afirmam que a Amostragem com Repetição Parcial tem chamado a atenção dos manejadores florestais devido ao seu baixo custo em comparação com os métodos convencionais de inventários florestais sucessivos.

BICKFORD<sup>4</sup>, em seu trabalho sobre a análise teórica da otimização em função do custo e da precisão, termina dizendo que seria necessário um bom planejamento e a definição dos objetivos, pois em muitas condições, um processo de inventário continua sendo melhor que os outros.

CUNIA<sup>8</sup> comparando a Amostragem com Repetição Parcial com os outros métodos, afirma que a principal vantagem deste sobre os outros três métodos, é a existência de uma forte correlação entre os volumes da primeira para a segunda ocasião. Esta correlação, bem como a regressão linear correspondente são estimadas a partir das unidades amostrais permanen

tes (m). Assim, a regressão linear simples é aplicada às unidades amostrais temporárias da primeira ocasião (u) e às temporárias da segunda ocasião (n), obtendo-se as estimativas do volume destas parcelas para as ocasiões nas quais elas não foram medidas. Portanto, as estimativas do volume, bem como da mudança ou crescimento, são obtidas através da totalidade das unidades amostrais, ou seja,  $u + m + n$ , ao invés de somente  $u + m$  para a primeira ocasião,  $m + n$  para a segunda e apenas  $m$  para o crescimento ou mudança.

BICKFORD<sup>4</sup>, analisando a eficiência dos métodos, afirma que, para o volume corrente, amostras independentes seriam mais eficientes do que amostras fixas porque são tomados números iguais de parcelas, e parcelas remedidas custam mais. Seria também mais eficiente que a Amostragem com Repetição Parcial quando a correlação é baixa (menor que 0,5) e o custo das parcelas remedidas é alto (mais que duas vezes). Para crescimento periódico, a amostra fixa seria a mais eficiente porque os outros métodos coletam dados que não são usados; as amostras independentes assumem a menor eficiência. Quando as médias ponderadas do volume são obtidas para as duas ocasiões, e o crescimento periódico é estimado pela diferença dessas médias, a Amostragem com Repetição Parcial é a mais eficiente. Para o volume corrente e o crescimento periódico concomitantemente, a Amostragem com Repetição Parcial será a melhor, especialmente quando a correlação for alta, mais parcelas são exigidas para volume do que para crescimento, e quando o custo das parcelas remedidas são apenas moderadamente mais altos do que o custo das parcelas novas.

RIBEIRO<sup>22</sup> em seu trabalho efetuado sobre povoamentos

de *Pinus* sp. em Guarapuava-PR, cujas amostras foram obtidas aleatoriamente, confirma a superioridade da Amostragem com Repetição Parcial sobre os demais métodos nas estimativas dos volumes médios da primeira e segunda ocasiões, ao passo que a melhor estimativa do crescimento, é obtida através do Inventário Florestal Contínuo.

CUNIA<sup>10</sup> considera na Amostragem com Repetição Parcial uma sub-amostra dos elementos medidos na primeira ocasião, a qual é remeida na segunda ocasião. E ainda, uma nova amostra é selecionada através da amostragem aleatória simples. Esta nova amostra é medida sobre os valores de Y somente, uma vez que os valores de X são desconhecidos. Usando-se então, os dados de todas as parcelas da primeira ou segunda ocasião medidas uma ou duas vezes, pode-se determinar as estimativas das médias correntes  $\mu_x$  e  $\mu_y$ , bem como a mudança média  $\mu_d$ .

Mais especificamente, assume-se que na primeira ocasião,  $n_1$  unidades amostrais são extraídas de uma população, através da amostragem aleatória simples; nestas unidades são medidos seus valores X. Na segunda ocasião,  $n_2$  elementos são também selecionados ao acaso da mesma população, mas com a restrição de que m das  $n_2$  unidades são obrigadas a vir das  $n_1$  já incluídas na amostra da primeira ocasião. Todos estes elementos são medidos sobre seus valores Y.

Observa-se que em certo sentido, pode-se ver as  $u = (n_1 - m)$  unidades da primeira amostra, medidas em seus valores de X mas não em seus valores Y, sendo substituídas na segunda medição por  $n = (n_2 - m)$  novas unidades, cujos valores X são desconhecidos, mas estão sendo medidos em seus valores Y. Esta é a justificativa original para chamar este método de



"Amostragem com Repetição Parcial".

Ainda segundo CUNIA<sup>10</sup> na derivação dos melhores estimadores sem tendência de  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  e  $\mu_d$  usa-se a seguinte notação:

$\bar{X}_u$  = média amostral dos  $u$  valores  $X$  das unidades temporárias;

$\bar{X}_m$  = média amostral dos  $m$  valores  $X$  das unidades permanentes;

$\bar{Y}_m$  = média amostral dos  $m$  valores  $Y$  das unidades permanentes;

$\bar{Y}_n$  = média amostral dos  $n$  valores  $Y$  das novas unidades.

Para o caso em que os três tamanhos de amostras  $u$ ,  $m$  e  $n$  forem maiores do que zero, os seguintes estimadores podem ser definidos:

a) Melhor estimador linear sem tendência do valor corrente  $\mu_x$ .

$$\hat{X} = \bar{X}_u + \alpha_x (\bar{X}_u - \bar{X}_m) + \gamma_x (\bar{Y}_n - \bar{Y}_m)$$

onde:

$$\alpha_x = -mn_2 / (n_1 n_2 - un\rho^2)$$

e

$$\gamma_x = mn\beta_{x.y} / (n_1 n_2 - un\rho^2)$$

A variância de  $\hat{X}$  é

$$\sigma_{\hat{X}\hat{X}} = (1 + \alpha_x) \sigma_{xx} / u$$

b) Melhor estimador linear sem tendência do valor corrente  $\mu_y$ .

$$\hat{Y} = \bar{Y}_n + \alpha_y (\bar{X}_u - \bar{X}_m) + \gamma_y (\bar{Y}_n - \bar{Y}_m)$$

onde:

$$\alpha_y = um\beta_{y.x} / (n_1 n_2 - un\rho^2)$$

e

$$\gamma_Y = -mn_1(n_1n_2 - un\rho^2)$$

A variância de  $\hat{Y}$  é,

$$\sigma_{\hat{Y}\hat{Y}} = (1 + \gamma_Y)\sigma_{YY}/n$$

c) Melhor estimativa linear sem tendência da mudança média  $\mu_d$ .

$$\hat{d} = \hat{y} - \hat{x} = \bar{y}_n - \bar{x}_u + \alpha_d(\bar{x}_u - \bar{x}_m) + \gamma_d(\bar{y}_n - \bar{y}_m)$$

onde:

$$\alpha_d = (mn_2 + um\beta_{Y.X})/(n_1n_2 - un\rho^2)$$

e

$$\gamma_d = -(mn_1 + mn\beta_{X.Y})/(n_1n_2 - un\rho^2)$$

A variância de  $\hat{d}$  é,

$$\sigma_{\hat{d}\hat{d}} = (1 - \alpha_d)\sigma_{XX}/u + (1 + \gamma_d)\sigma_{YY}/n$$

CUNIA<sup>10</sup> chama a atenção para o fato de que, diante da primeira medição quando a estimativa de  $\mu_X$  é necessária, o estimador  $\bar{x}$  não é disponível, uma vez que os valores  $Y$  dos vários elementos amostrais não foram obtidos ainda. Consequentemente, o melhor estimador amostral disponível na primeira medição é o seguinte:

$$\bar{x} = (u\bar{x}_u + m\bar{x}_m)/(u + m)$$

### 2.1.2 INVENTÁRIO INDEPENDENTE EM CADA OCASIÃO

Segundo CUNIA<sup>10</sup>, através de um procedimento de amostragem aleatória simples,  $n_1$  elementos são selecionados da população. Estes elementos são medidos sobre seus valores  $X$ , ou seja, são tomados os valores de uma dada característica na primeira ocasião. Na segunda ocasião, e independente da amostra extraída na primeira ocasião, um novo grupo de  $n_2$

elementos é selecionado pelo mesmo procedimento de amostragem aleatória simples, e os valores  $Y$  de seus elementos (tomados sobre a mesma característica) são medidos.

Estimativas dos valores médios correntes  $\mu_x$  e  $\mu_y$ , estimativa da média  $\mu_d = \mu_y - \mu_x$  da primeira ocasião para a segunda ocasião, bem como suas variâncias podem ser calculadas como segue:

a) O melhor estimador linear sem tendência da média aritmética da população, na primeira ocasião  $\mu_x$ .

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1}$$

A variância de  $\bar{X}$  é dada por

$$\sigma_{\bar{X}\bar{X}} = \sigma_{xx}/n_1$$

b) O melhor estimador linear sem tendência da média aritmética da população na segunda ocasião  $\mu_y$ .

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} y_i}{n_2}$$

A variância de  $\bar{Y}$  é dada por

$$\sigma_{\bar{Y}\bar{Y}} = \sigma_{yy}/n_2$$

c) O melhor estimador linear sem tendência da mudança  $\mu_d = \mu_y - \mu_x$ .

$$\bar{D} = \bar{Y} - \bar{X}$$

Devido a independência estatística de  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$ , a variância de  $\bar{D}$  é :

$$\sigma_{\bar{D}\bar{D}} = \sigma_{\bar{X}\bar{X}} + \sigma_{\bar{Y}\bar{Y}}$$

Na maioria das vezes, os parâmetros  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  não são

conhecidos. Então, para obter estimativas das variâncias de  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  e  $\bar{D}$ , pode-se substituir nas fórmulas correspondentes, os valores amostrais  $S_{xx}$  e  $S_{yy}$  para  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  respectivamente, onde:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \bar{X})^2 / (n_1 - 1)$$

e

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{n_2} (Y_i - \bar{Y})^2 / (n_2 - 1)$$

### 2.1.3 A MESMA AMOSTRA É REMEDIDA NAS OCASIÕES SUCESSIVAS

Conforme HUSCH et al.<sup>17</sup> as unidades amostrais tomadas no primeiro inventário são remedidas no segundo e em todos os inventários seguintes. Este é o conceito de parcelas permanentes e a base do Inventário Florestal Contínuo (IFC), sistema desenvolvido na América do Norte. As estimativas das médias, totais e erros padrões de cada inventário são estabelecidos como o caso de dois inventários separados. De modo similar, a diferença entre as médias de cada inventário indica a mudança ou crescimento. Contudo, desde que as mesmas unidades amostrais são tomadas em ambas as ocasiões, o erro padrão da diferença seria calculado para parcelas pareadas como:

$$S_d^2 = \frac{S_x^2 + S_y^2 - 2 r_{xy} S_x S_y}{n}$$

### 2.1.4 SUB-AMOSTRAGEM EM UMA OCASIÃO

Segundo CUNIA<sup>10</sup> quando a precisão requerida para os estimadores variam da primeira para a segunda ocasião, pode-se considerar um plano de amostragem pelo qual a amostra em

uma ocasião é uma sub-amostra da outra ocasião.

Mais especificamente, supõe-se o caso onde  $n_1$  elementos são selecionados ao acaso na primeira ocasião e todos estes elementos são medidos em seus valores  $X$ . Na segunda ocasião, quando a precisão requerida para os volumes correntes ou mudança média é menor que a da primeira ocasião,  $n_2$  dos  $n_1$  elementos são selecionados através da amostragem aleatória simples, sem substituição, e seus valores  $Y$  medidos.

Conforme HUSCH et al.<sup>17</sup> no segundo inventário, uma porção das unidades amostrais tomadas no primeiro inventário é remedida. A estimativa da média da primeira ocasião usa os dados das unidades  $u$  e  $m$ . Na segunda ocasião as medições são efetuadas somente nas unidades  $m$ . A partir destas  $m$  unidades uma relação é estabelecida entre os volumes medidos no primeiro e segundo inventários. O volume médio do segundo inventário é então determinado usando-se os dados das  $n_1$  unidades e uma regressão baseada nesta afinidade. O crescimento do período é expresso como diferença entre a média do inventário inicial e a estimativa de regressão do segundo inventário.

De acordo com CUNIA<sup>10</sup>, a partir disso pode-se mostrar que:

a) O melhor estimador linear sem tendência da média corrente  $\mu_x$  é a média aritmética amostral  $\bar{X}$ . E sua variância da média é:

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \sigma_{xx}/n_1$$

b) O melhor estimador linear sem tendência, da média corrente  $\mu_y$  é o estimador da dupla amostragem com regressão, definido como:

$$\bar{y}_r = \bar{y}_s - \beta_{yx}(\bar{x}_s - \bar{x})$$

onde:

$$\bar{y}_s = \sum_{i=1}^{n_2} y_i / n_2 = \text{m\u00e9dia dos valores de Y dos elementos da sub-amostra.}$$

$$\beta_{yx} = \sigma_{xy} / \sigma_{xx} = \text{coeficiente da regress\u00e3o linear, atrav\u00e9s dos m\u00ednimos quadrados, de Y sobre X.}$$

$$\bar{x}_s = \sum_{i=1}^{n_2} x_i / n_2 = \text{m\u00e9dia dos valores de X dos elementos da sub-amostra.}$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n_1} x_i / n_1 = \text{m\u00e9dia de todos os valores de X.}$$

O estimador da vari\u00e2ncia da dupla amostragem \u00e9:

$$\sigma_{\bar{y}_r \bar{y}_r} = \frac{(1 - \rho^2) \sigma_{yy}}{n_2} + \frac{\rho^2 \sigma_{yy}}{n_1}$$

onde:

$$\rho^2 = \sigma_{xy}^2 / \sigma_{xx} \sigma_{yy} = \text{o quadrado do coeficiente de correla\u00e7\u00e3o linear de X e Y.}$$

c) O estimador usual da mudan\u00e7a m\u00e9dia  $\mu_d$  \u00e9 dado pela diferen\u00e7a entre a m\u00e9dia dos valores X e Y na sub-amostra dos elementos, ou seja:

$$\bar{D}_s = \bar{y}_s - \bar{x}_s$$

e sua vari\u00e2ncia \u00e9 igual a

$$\sigma_{\bar{D}_s \bar{D}_s} = (\sigma_{xx} - 2\sigma_{xy} + \sigma_{yy}) / n_2$$

d) O melhor estimador linear sem tend\u00eancia da mudan\u00e7a m\u00e9dia  $\mu_d$  \u00e9 a diferen\u00e7a amostral,

$$\bar{D}_b = \bar{y}_r - \bar{x}$$

e a sua vari\u00e2ncia \u00e9 igual a

$$\sigma_{\bar{D}_b \bar{D}_b} = (\sigma_{xx} - 2\sigma_{xy} + \sigma_{yy}) / n_1 + (n_1 - n_2) (1 - \rho^2) \sigma_{yy} / n_1 n_2$$

### 2.1.5 ESTIMADORES DE CRESCIMENTO

Conforme WARE & CUNIA<sup>25</sup> a teoria tradicional de amostragem em ocasiões sucessivas considera a condição de igualdade da variância da população nas duas ocasiões, ou de igual tamanho amostral nas diferentes ocasiões, ou ambas. Com base nestas limitações, estes autores desenvolveram uma teoria que abrange variâncias e tamanhos de amostras gerais. Neste trabalho são apresentados sete estimadores de crescimento, envolvendo os quatro métodos básicos de amostragem em ocasiões sucessivas e três variantes ou combinações dos mesmos, como seguem:

a) A melhor estimativa sem tendência do crescimento

$$g_b = A \bar{Y}_m + B \bar{X}_m + C \bar{Y}_n + D \bar{X}_u$$

cuja variância da média é a seguinte

$$\sigma_{g_b}^2 = (A)^2 \frac{\sigma_Y^2}{m} + (1 - A)^2 \frac{\sigma_Y^2}{n} + (B)^2 \frac{\sigma_X^2}{m} + (1 + B)^2 \frac{\sigma_X^2}{u} + 2 AB \rho \frac{\sigma_X \sigma_Y}{m}$$

Quando o tamanho total das amostras são iguais nas duas ocasiões, ou seja,  $N_1 = N_2 = N$ , o estimador de crescimento passa a ser:

$$g_b = \left\{ \left[ \frac{P_m}{1 - (P_u)^2 \rho^2} \right] |\bar{Y}_m + \beta_{YX}(\bar{X} - \bar{X}_m)| + \left[ \frac{P_u |1 - (P_u) \rho^2|}{1 - (P_u)^2 \rho^2} \right] |\bar{Y}_n| \right\} - \left\{ \left[ \frac{P_m}{1 - (P_u)^2 \rho^2} \right] |\bar{X}_m + \beta_{XY}(\bar{Y} - \bar{Y}_m)| + \left[ \frac{P_u |1 - (P_u) \rho^2|}{1 - (P_u)^2 \rho^2} \right] |\bar{X}_u| \right\}$$

com a variância da média

$$\sigma_{gb}^2 = \frac{|1 - (Pu)\rho^2| |\sigma_X^2 + \sigma_Y^2|}{N|1 - (Pu)^2\rho^2|} - \frac{2(Pm)\rho\sigma_X\sigma_Y}{N|1 - (Pu)^2\rho^2|}$$

Se, ainda, as variâncias da população são iguais nas duas ocasiões,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ ,

$$gb = \left[ \frac{Pu(1 - \rho)}{1 - (Pu)\rho} \right] (\bar{Y}_n - \bar{X}_u) + \left[ \frac{Pm}{1 - (Pu)\rho} \right] (\bar{Y}_m - \bar{X}_m)$$

e a variância da média

$$\sigma_{gb}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1 - (Pu)\rho|}$$

b) Estimador baseado na média total da ocasião 1 e a melhor estimativa da média na ocasião 2.

$$gc = \bar{y} - \bar{X}$$

com a variância da média

$$\sigma_{gc}^2 = \frac{\sigma_X^2}{N1} + \left[ \frac{1 - (Pu)\rho^2}{N2 - (Pu)n\rho^2} \right] \sigma_Y^2 - 2 \left[ \frac{Pm}{N^2 - (Pu)n\rho^2} \right] \rho\sigma_X\sigma_Y$$

Se  $N1 = N2 = N$ ,

$$\sigma_{gc}^2 = \frac{\sigma_X^2}{N} + \left[ \frac{|1 - (Pu)\rho^2|}{N|1 - (Pu)^2\rho^2|} \right] \sigma_Y^2 - 2 \left[ \frac{Pm}{N|1 - (Pu)^2\rho^2|} \right] \rho\sigma_X\sigma_Y$$

Se, ainda,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$

$$\sigma_{gc}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1 - (Pu)\rho|} + \frac{\sigma^2(Pm)(Pu)\rho^2}{N|1 - (Pu)\rho||1 + (Pu)\rho|}$$

c) Estimador baseado apenas nas parcelas remedidas (permanentes)

$$gm = \bar{Y}_m - \bar{X}_m$$



com a variância da média

$$\sigma_{gm}^2 = |\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2 \rho \sigma_X \sigma_Y| / m$$

Quando  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$

$$\sigma_{gm}^2 = |2\sigma^2(1 - \rho)| / m$$

d) Estimador baseado nas parcelas não remedidas (temporárias)

$$g_i = \bar{Y}_n - \bar{X}_u$$

com a variância da média

$$\sigma_{gi}^2 = (\sigma_Y^2)/n + (\sigma_X^2)/u$$

Se  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$

$$\sigma_{gi}^2 = \sigma^2(n + u)/un$$

Se, ainda,  $n = u$

$$\sigma_{gi}^2 = (2\sigma^2)/n$$

e) Estimador ponderado das parcelas permanentes e das independentes.

$$g_w = w(g_i) + (1 - w)(g_m)$$

e tem a variância da média

$$\sigma_{gw}^2 = (w)^2 \sigma_{gi}^2 + (1 - w)^2 \sigma_{gm}^2$$

No caso em que  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$

$$\sigma_{gw}^2 = \frac{2(u + n)(1 - \rho)\sigma^2}{2un(1 - \rho) + m(u + n)}$$

Se ainda,  $N_1 = N_2 = N$  e  $u = n$

$$g_w = \left[ \frac{Pu(1-\rho)}{1-(Pu)\rho} \right] |\bar{Y}_n - \bar{X}_u| + \left[ \frac{Pm}{1-(Pu)\rho} \right] |\bar{Y}_m - \bar{X}_m|$$

e a variância da média

$$\sigma_{gw}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(Pu)\rho|}$$

f) Estimador baseado em todas as médias das duas ocasiões

$$g_o = \bar{Y} - \bar{X}$$

com a variância da média

$$\sigma_{go}^2 = \frac{\sigma_Y^2}{N_2} + \frac{\sigma_X^2}{N_1} - 2 m_p \frac{\sigma_X \sigma_Y}{N_1 N_2}$$

Se  $N_1 = N_2 = N$

$$g_o = Pm (\bar{Y}_m - \bar{X}_m) + Pu (\bar{Y}_n - \bar{X}_u)$$

e a variância da média

$$\sigma_{go}^2 = \left| \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2(Pm)\rho\sigma_X\sigma_Y \right| / N$$

Se, ainda,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$

$$\sigma_{go}^2 = \{2\sigma^2 |1 - (Pm)\rho|\} / N$$

g) Estimador baseado em toda a média da ocasião 1 e a estimativa de regressão da ocasião 2.

$$g_r = \bar{Y}_r - \bar{X}$$

cuja variância da média é,

$$\sigma_{gr}^2 = \sigma_Y^2 |1 - (Pu)\rho^2| / m + (\sigma_X^2) / N_1 - (2\rho\sigma_X\sigma_Y) / N_1$$

## 2.2 ESTRATIFICAÇÃO

Segundo HUSCH et al.<sup>17</sup> em muitos casos a heterogenei

dade da floresta pode ser quebrada pela estratificação em subdivisões chamados estratos. O propósito da estratificação, em inventário florestal, é reduzir a variação dentro das subdivisões da floresta e aumentar a precisão das estimativas da população.

Estes autores (HUSCH et al.<sup>17</sup>) citam duas vantagens principais da amostragem aleatória estratificada em inventários florestais, sobre a amostragem aleatória simples:

1. Estimativas separadas das médias e variâncias podem ser obtidas para cada sub-divisão da floresta;

2. Para uma dada intensidade de amostragem, a estratificação produz, frequentemente, estimativas mais precisas dos parâmetros da floresta do que a aleatória simples, com uma amostra do mesmo tamanho. Isto é obtido quando os estratos estabelecidos resultam em maior homogeneidade das unidades amostrais dentro de um estrato, do que para a população como um todo.

Citam, entretanto, como desvantagem a necessidade de se conhecer o tamanho de cada estrato, ou pelo menos se ter uma estimativa razoável dos mesmos.

Afirmam ainda estes autores que a estratificação é obtida pela sub-divisão da área florestal em estratos com base em algum critério tal como, topografia, tipos florestais, classes de densidade, volume, altura, idade e que, se possível, a base da estratificação deve ser a mesma característica que será estimada pelo procedimento de amostragem.

COCHRAN<sup>6</sup> considera a estratificação como uma técnica comum, havendo muitos motivos para isso, e os principais são os seguintes:

1. Quando se deseja dados com determinada precisão de certos estratos, é aconselhável tratar cada um deles como uma população no gozo de suas regalias;

2. As conveniências administrativas podem determinar o uso da estratificação, facilitando a supervisão do levantamento em partes da população;

3. Os problemas da amostragem podem ser diferentes nas diversas partes da população;

4. A estratificação pode proporcionar um aumento de precisão nas estimativas das características da população. Sendo possível dividir uma população heterogênea em sub-populações homogêneas no sentido de que o valor das medidas variem pouco de uma unidade para outra, pode-se obter uma estimativa precisa da média de um estrato qualquer, através de uma pequena amostra desse estrato. Essas estimativas podem ser combinadas, resultando uma estimativa precisa do conjunto da população.

COCHRAN<sup>6</sup> cita ainda que, a estratificação permite grande aumento de precisão, quando são satisfeitas as três condições seguintes:

1. A população seja constituída de características cujos tamanhos variem amplamente;

2. As principais variáveis a serem medidas se relacionem, estreitamente, com os tamanhos das características;

3. Disponha-se de uma boa medida dos tamanhos para o estabelecimento dos estratos.

Segundo WARE & CUNIA<sup>25</sup> muitos inventários florestais usam a amostragem sistemática, porém a confiança em uma estimativa baseada numa amostra sistemática, não pode ser preci

samente avaliada. SHIUE\*, citado por estes autores, defende a amostragem sistemática com inícios aleatórios múltiplos, como uma alternativa.

Continuando WARE & CUNIA<sup>25</sup> afirmam que a amostragem aleatória simples ou a aleatória estratificada são usualmente possíveis em inventários florestais sucessivos, assim como "cluster sampling" com sub-amostras sistemáticas, a qual tem sido aplicada pela Canadian International Paper Company.

BICKFORD et al.<sup>5</sup> citam um plano eficiente de amostragem para inventário florestal, envolvendo amostragem estratificada, dupla amostragem e amostragem com repetição parcial num trabalho conjunto de foto aérea e campo, estruturado como segue: um inventário inicial estratificado com algumas parcelas a serem remedidas e algumas parcelas novas são estabelecidas na amostra estratificada; através da amostragem dupla estratificada, seleciona-se um determinado número de pontos sobre as fotografias aéreas e uma porção destes pontos são observados no campo, obtendo-se as estimativas da primeira ocasião; na segunda ocasião aplica-se a amostragem com repetição parcial e obtém-se duas estimativas independentes, as quais são combinadas em uma estimativa final. Afirmam também estes autores que a amostragem com repetição parcial pode ser usada seguindo uma variedade de planos amostrais da primeira ocasião.

### 2.3 INTERVALO DE TEMPO ENTRE DUAS MEDIÇÕES

BICKFORD<sup>4</sup> considera os inventários florestais sucessivi

\*SHIUE, C.J. Systematic sampling with multiple random starts. Forest Sci., (6): 42-50, 1960.

vos como a base para a utilização racional dos recursos florestais e guiar o manejador em suas decisões. Afirma que, se não houver cortes na floresta, o volume da segunda ocasião é correlacionado com o volume correspondente da primeira ocasião. A presença de correlação indica que uma equação de regressão pode ser ajustada aos dados, através das parcelas remedidas, para estimar o volume corrente a partir do volume inicial; e a eficiência das estimativas depende do grau de correlação existente entre as medições sucessivas. Na ausência de cortes, tem-se observado comumente, correlações acima de 0,90 para intervalos entre medições em torno de 15 anos no nordeste dos Estados Unidos. Em continuação este autor diz que, esta correlação deve decrescer em períodos mais longos e pode-se esperar que seja ainda menor onde as mudanças são mais rápidas e menos consistentes.

NEWTON et al.<sup>20</sup> dizem que o conceito da Amostragem com Repetição Parcial pode ser estendido a mais de duas ocasiões e que a correlação entre as mesmas parcelas em mais de duas ocasiões é igual ao produto das correlações individuais das medições consecutivas.

Para WARE & CUNIA<sup>25</sup> o intervalo ótimo entre duas medições, normalmente será baseado na frequência em que novas estimativas do volume corrente são exigidas pelo manejador florestal. Há porém uma pequena base fundamentada em experiências para recomendar algum padrão de remedição com respeito ao tempo. O padrão será determinado a partir de considerações práticas, custos, etc. A amostragem deve ser feita com períodos de duração variável, com algumas parcelas remedidas cada ano, e procedimentos das estimativas, consequentemente,

modificados. Estabelecendo um paralelo entre o Inventário Florestal Contínuo e os Inventários Periódicos não repetidos feitos com parcelas temporárias, estes autores salientam como principal diferença, o fato de que as parcelas permanentes são estabelecidas e é previsto a remedição das mesmas em intervalos regulares e curtos (2 a 5 anos).

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 LOCAL DE ESTUDO E ASPECTOS FISIOGRAFICOS

O presente trabalho foi desenvolvido na região noroeste do Estado de São Paulo, município de Lençóis Paulista, na Gleba Rio Claro, pertencente a Empresa DURAFLORA SILVICULTURA E COMÉRCIO, cujas coordenadas geográficas são: 22° 39' de latitude sul e 48° 50' de longitude oeste de Greenwich.

##### 3.1.1 CLIMA

De acordo com a classificação de Köppen apresentada no Atlas Climatológico do Brasil (RIO DE JANEIRO. Ministério da Agricultura<sup>23</sup>), na área em estudo ocorre o tipo climático Cwa. Este tipo climático é pluvial temperado, com a temperatura do mes mais frio variando entre 18 e -3°C e a do mes mais quente, superior a 22°C. O inverno é seco, e a precipitação do mes mais chuvoso (no verão) é aproximadamente dez vezes maior que a precipitação do mes mais seco (no inverno).

##### - a) Temperatura

A temperatura média anual está em torno de 20°C, com os seguintes índices:

- média das mínimas: entre 14 e 16°C



- média das máximas: entre 28 a 30°C
- amplitude máxima : 38°C.

- b) Precipitação

A precipitação média anual na área estudada é de 1.250 mm. A maior precipitação ocorre no verão, atingindo 250 mm em janeiro e no mes mais seco, a precipitação é inferior a 30 mm, notadamente em julho e agosto.

- c) Evaporação

A evaporação anual situa-se em torno de 600 a 800 mm, sendo que as maiores intensidades são registradas nos meses de verão, coincidindo com a elevação do grau de precipitação e temperatura.

- d) Umidade relativa

A umidade relativa média anual na região, varia entre 70 a 75%. Segundo MONTEIRO<sup>19</sup> o oeste de São Paulo e noroeste do Paraná registram os menores valores de umidade relativa, nas regiões sudeste e sul do Brasil.

### 3.1.2 HIDROGRAFIA

A área estudada situa-se entre os Rios Tietê e Parapanema, os quais dirigem-se para o interior do continente e pertencem a área de captação do grande sistema do Rio Paraná. Particularmente, a região é drenada pelos Rios Claro, Pardo e Turvo, todos pertencentes à bacia hidrográfica do Rio Parapanema.

### 3.1.3 GEOLOGIA E GEOMORFOLOGIA

Segundo a divisão geomorfológica proposta por ALMEIDA<sup>1</sup> a área está situada no Planalto Ocidental do Estado de São Paulo.

Conforme a descrição de ESPÍNDOLA et al.<sup>12</sup>, o embasamento é representado pela Formação Serra Geral (basaltos), sobre o qual assentam as rochas do Grupo Bauru (arenito conglomerado) em geral capeadas por mantos de sedimentos modernos (Neo-Cenozóicos).

De acordo com OLIVEIRA & LEONARDOS<sup>21</sup> as camadas da Formação Bauru apresentam-se constituídas quase que exclusivamente de arenito de cimento calcáreo-argiloso com intercalações esporádicas de camadas conglomeráticas. Os verdadeiros calcários, as argilas e os conglomerados são camadas subordinadas. A estrutura é quase maciça e a cor varia desde cinza clara e parda até roxa, vermelha e branca. Os grãos de quartzo são milimétricos, com certa proporção de seixos rolados de alguns milímetros de tamanho. O resíduo pesado contido nas areias provenientes da trituração do arenito Bauru consta de piroxênio, granada, magnetita, ilmenita e turmalina. As camadas desta Formação alteram-se facilmente, concorrendo para isto o cimento calcáreo e a textura grosseira do material clástico quartzoso, que permite a penetração e circulação das águas superficiais. Estas águas lixiviam os carbonatos e tornam as rochas friáveis. Também produzem cavidades que dão o aspecto cavernoso característico da Formação.

#### 3.1.4 SOLOS

Segundo MONIZ & CARVALHO<sup>18</sup> os solos da região noroeste do Estado de São Paulo, derivados do arenito Bauru, são colocados em uma sequência catenária, onde os menos evoluídos (Litossolos e podzolizado - variação Marília) estão situados nas "terras altas", os de estágios intermediários de evolução (Podzolizado - variação Lins) ocupam a posição de "pedimentos de encosta" e os mais desenvolvidos (Latossolo Vermelho Escuro - fase arenosa) correspondem aos pedimentos de sopé, de acordo com os elementos da paisagem.

Estes solos, em geral, são de cor clara, cinzenta, amarelada e avermelhada. São tipicamente arenosos e pobres em matéria orgânica. Nos primeiros 30 cm de solo está distribuída grande parte da matéria orgânica, a qual confere uma coloração acinzentada e mesmo marrom. Abaixo dos 30 cm, torna-se amarelada ou avermelhada. Além de excessivamente arenosos e pobres em elementos químicos, as partículas de quartzo são bastante arredondadas pelo trabalho eólico, o que facilita o fenômeno da erosão. São solos indicados para reflorestamento com eucaliptos (COMISSÃO INTERESTADUAL DA BACIA PARANÁ - URUGUAI<sup>7</sup>).

#### 3.1.5 VEGETAÇÃO

Na região em estudo encontra-se a vegetação arborea natural, considerada como mata primária, onde figuram grande quantidade de peroba (*Aspidosperma olivaceum*), ipê (*Tecoma* sp) e outras, dando idéia de uma paisagem sub-hidrófila ou, pelo

menos, não sub-xerofítica. A razão provável deste fenômeno está na existência de grandes Rios, como o do Peixe, Aguapeí, Tietê, que irrigam melhor essas zonas areníticas. Entretanto, depois das derrubadas e exploração agrícola destes solos, não se verifica o reaparecimento da vegetação natural, a não ser do tipo sub-xerofítico (COMISSÃO INTERESTADUAL DA BACIA PARANÁ-URUGUAI<sup>7</sup>).

### 3.2 POPULAÇÃO FLORESTAL ESTUDADA

A população envolvida por este estudo, abrange uma área florestal de *Eucalyptus* spp. com 4802 ha. constituída de três sub-projetos (A, B e C) plantados, respectivamente, em 1972, 1973 e 1974.

O plantio foi efetuado mecanicamente, no espaçamento de 3,0 m x 2,0 m, resultando uma densidade média de 1.666 árvores por hectare. As medições, em cada sub-projeto, foram iniciadas dois anos após o plantio, conforme mostra o Quadro 01.

QUADRO 01: Constituição da população amostrada e as medições realizadas.

SUB-PROJETO	ANO DE PLANTIO	ÁREA PLANTADA	MEDIÇÕES REALIZADAS
A	1972	1.582 ha	1974, 1975, 1976, 1977
B	1973	1.594 ha	1975, 1976, 1977
C	1974	1.626 ha	1976, 1977
TOTAL		4.802 ha	

### 3.3 OBTENÇÃO DOS DADOS

Os dados utilizados no presente trabalho, são provenientes do inventário florestal contínuo realizado pela DURA FLORA SILVICULTURA E COMÉRCIO sobre a população acima definida.

O inventário foi estruturado particularmente para cada um dos sub-projetos, usando-se uma unidade de amostra da forma retangular com 6,0 m de largura por 50,0 m de comprimento, ou seja, 300 m<sup>2</sup> de área.

#### 3.3.1. INFORMAÇÕES DISPONÍVEIS

Para cada unidade amostral tem-se o registro das seguintes informações: sub-projeto, espécie, número da parcela, número de cada árvore, data do plantio, data da medição e identificação do estrato (área plantada com a mesma espécie).

Em cada parcela foram medidas a CAP (circunferência a altura do peito) de todas as árvores, tomada em centímetros e a altura total das 10 primeiras árvores, tomadas em metros.

Os instrumentos utilizados foram a fita métrica para a medição da CAP e, varas graduadas e hipsômetro Haga para a medição da altura total.

#### 3.3.2 INFORMAÇÕES NECESSÁRIAS

Na estruturação do trabalho utilizou-se as informações referentes a identificação do sub-projeto, ano de plantio, número da unidade de amostra, data da medição, bem como os dados de CAP e alturas medidas em cada unidade amostral.

Como a Empresa não dispunha de uma equação volumétrica local, optou-se pelo uso de um fator de forma médio para o cálculo do volume das parcelas. Para obter este fator de forma, foram abatidas 60 árvores em cada sub-projeto, perfazendo um total de 180 árvores, sobre as quais foram medidos diâmetros com casca em seções constantes de 2 m, a partir do DAP (diâmetro a altura do peito) até a altura total. Com esses dados determinou-se o volume rigoroso de cada árvore, através do procedimento de Smallian, como segue:

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} \cdot L$$

onde:

V = volume,

A<sub>1</sub> = área transversal da base da tora,

A<sub>2</sub> = área transversal da extremidade,

L = comprimento.

Considerando que as seções medidas foram constantes a partir do DAP, a fórmula anterior foi transformada em:

$$V = \frac{(A_1 + A_2)}{2} \cdot L_1 + \left[ \frac{(A_2 + A_3)}{2} + \dots + \frac{(A_{n-1} + A_n)}{2} \right] \cdot L_2$$

onde:

A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, ..., A<sub>n</sub> = áreas transversais das seções,

L<sub>1</sub> = comprimento da seção da base,

L<sub>2</sub> = comprimento das seções constantes = 2 m.

Posteriormente, determinou-se o fator de forma de cada árvore, através da relação:

$$FF = \frac{V_{\text{rigoroso}}}{V_{\text{cilindro}}}$$

onde:

V rigoroso = volume calculado pelo procedimento de

Smalian;

V cilindro = volume de um cilindro obtido pelo produto da área transversal, tomada a altura do peito, e a altura total da árvore.

### 3.3.3 CÁLCULO DO VOLUME DAS PARCELAS

O volume de cada parcela foi estimado através do procedimento direto, como uma função da área basal, da altura média e do fator de forma, que segundo HUSCH et al.<sup>17</sup> é dado pela seguinte equação:

$$V = (\bar{h}) (g) (f)$$

onde:

$\bar{h}$  = altura média da parcela;

$g$  = área basal

$f$  = fator de forma

A área basal foi obtida pelo somatório das áreas transversais de cada árvore da parcela; como altura média, considerou-se a média aritmética das alturas das 10 árvores medidas na parcela, e o fator de forma utilizado foi obtido através da cubagem rigorosa de 180 árvores abatidas conforme as explanações do item anterior.

Os volumes calculados de cada parcela, e em cada um dos sub-projetos, foram extrapolados para hectare e são apresentados no Quadro 02.

### 3.4 ESTRATIFICAÇÃO

A definição dos estratos foi feita em função da idade

QUADRO 02: Volumes com casca ( $m^3/ha$ ) de *Eucalyptus* spp. amostrados nos Estratos A, B e C.

E S T R A T O A				
M E D I Ç Õ E S U T I L I Z A D A S				
PARCELA	1974	1975	1976	1977
01	53,71	106,80	141,89	174,99
02	46,17	115,73	147,74	187,58
03	47,90	97,57	126,26	153,81
04	48,98	103,46	137,08	176,28
05	13,22	29,81	39,30	61,76
06	48,34	105,19	133,19	160,87
07	35,26	80,53	110,21	150,23
08	38,07	93,28	126,79	164,15
09	49,46	101,68	132,09	170,99
10	21,53	52,97	73,79	101,36
11	23,78	61,87	76,22	114,85
12	17,79	43,69	63,42	87,89
13	29,69	59,92	77,47	102,06
14	10,70	27,07	37,24	51,37
15	23,35	67,62	98,34	152,57
16	28,59	66,39	87,04	119,94
17	40,63	91,23	116,52	148,93
18	21,50	60,24	83,75	129,42
19	23,75	77,09	110,99	152,01
20	19,77	51,20	77,87	109,04
21	30,19	77,23	139,73	165,91
22	70,04	132,39	182,11	208,33
23	38,73	66,68	94,68	143,74
24	78,04	141,43	181,69	197,50
25	78,89	96,48	161,44	191,62
26	69,23	115,58	172,58	266,13
27	77,45	140,07	191,29	280,29
28	59,01	109,29	137,93	178,37
29	68,02	123,69	167,08	218,88
30	39,44	82,55	110,10	149,68
31	62,23	104,80	123,59	161,67
32	31,74	69,19	107,45	174,45
33	52,37	103,73	137,35	172,66
34	57,59	111,27	137,77	179,97
35	32,16	53,75	79,56	105,36
36	32,26	58,95	80,79	126,26
37	47,02	96,71	118,52	150,55
38	42,31	101,67	133,61	191,47
39	60,01	127,82	174,91	248,38
40	37,73	84,66	140,90	183,30
41	63,60	114,56	176,79	226,76
42	55,42	109,87	185,32	224,25
43	45,10	86,61	135,84	154,10
44	42,59	78,58	109,97	142,97
45	27,84	53,30	73,65	102,68



QUADRO 02: Volumes com casca ( $m^3/ha$ ) de *Eucalyptus* spp. amostrados nos Estratos A, B e C.

E S T R A T O B				
M E D I Ç Õ E S U T I L I Z A D A S				
PARCELA	1974	1975	1976	1977
01		-	114,77	187,84
02		-	114,68	179,93
03		-	110,37	162,49
04		-	104,33	174,70
05		-	142,88	237,80
06		-	119,38	208,45
07		-	113,88	169,98
08		-	134,71	215,16
09		-	124,66	182,75
10		-	120,96	185,50
11		-	97,81	180,70
12		-	72,44	127,61
13		-	116,64	160,38
14		-	87,89	134,38
15		-	115,07	173,34
16		-	93,61	143,15
17		-	91,40	128,26
18		-	71,25	102,31
19		-	87,32	138,51
20		-	100,06	150,02
21		-	29,31	60,06
22		-	133,11	195,77
23		-	84,19	132,29
24		-	63,46	131,12
25		-	75,77	128,35
26		-	75,89	123,43
27		-	55,49	103,19
28		-	29,24	49,84
29		-	91,16	155,70
30		-	71,44	113,78
31		-	131,34	193,27
32		-	108,35	163,78
33		-	101,82	149,02
34		-	102,11	154,66
35		-	127,08	173,81
36		-	92,14	126,62
37		-	109,69	168,41
38		-	112,24	184,05
39		-	73,74	128,26
40		-	61,88	107,24
41		-	61,12	90,02
42		-	71,54	129,34
43		-	54,88	97,35
44		-	91,19	130,82
45		-	84,75	136,95

QUADRO 2: Volumes com casca(m<sup>3</sup>/ha) de *Eucalyptus* spp. amostrados nos Estrados A, B e C.

E S T R A T O C				
M E D I Ç Õ E S U T I L I Z A D A S				
PARCELAS	1974	1975	1976	1977
01			58,46	107,47
02			92,86	157,86
03			82,86	142,38
04			112,73	186,95
05			78,85	137,33
06			84,65	145,84
07			56,37	104,41
08			76,51	133,91
09			65,41	117,65
10			82,64	142,89
11			43,34	85,33
12			41,16	82,12
13			25,26	58,84
14			25,56	59,27
15			37,50	76,77
16			23,76	58,44
17			37,51	92,88
18			31,34	84,76
19			53,23	112,21
20			27,21	77,87
21			33,20	82,20
22			22,90	56,38
23			33,12	76,12
24			31,37	68,99
25			23,03	78,50
26			30,18	77,43
27			69,79	132,32
28			72,36	104,50
29			36,87	68,99
30			53,84	106,61
31			46,21	115,46
32			32,15	53,74
33			32,09	58,96
34			38,29	83,08
35			58,83	108,03
36			68,87	126,97
37			41,43	88,05
38			65,59	127,07
39			57,44	109,69
40			66,57	112,24
41			53,21	92,13
42			29,57	67,07
43			21,96	47,26
44			27,81	54,88
45			49,93	81,79

dos povoamentos. Assim, cada sub-projeto, constitui uma sub-população ou estrato, para efeito de análise dos métodos de inventários sucessivos sobre a população estratificada.

Para satisfazer esse critério de estratificação, utilizou-se os dados de volumes obtidos nas medições de 1976 (primeira ocasião) e 1977 (segunda ocasião), os quais são comuns nos três estratos.

### 3.5 TAMANHO DA AMOSTRA E PRECISÃO REQUERIDA

O tamanho da amostra, ou número de parcelas, foi calculado para a população aleatória, admitindo-se um erro máximo de 10% em torno do volume médio estimado, a um nível de 95% de probabilidade. Este número de parcelas foi obtido através da fórmula da amostragem aleatória, para populações infinitas como segue:

$$n = \frac{t^2 \cdot S^2}{\epsilon^2}$$

onde:

$n$  = número de parcelas,

$S^2$  = estimativa da variância dos volumes,

$t$  = valor de Student a 0,95 de probabilidade e  $(n-1)$  graus de liberdade,

$\epsilon$  = erro admitido =  $(LE\% \cdot \bar{X})$

Para a população estratificada utilizou-se o mesmo tamanho da amostra, a fim de se poder comparar as estimativas dos delineamentos amostrais aleatório e estratificado. Entretanto, utilizou-se a alocação ótima para a distribuição das parcelas sobre os estratos e estimativa dos parâmetros da população, a qual considera custos de amostragem iguais em to

dos os estratos.

### 3.6 DEFINIÇÃO DOS TRÊS GRUPOS DE UNIDADES AMOSTRAIS

Os métodos de inventários florestais sucessivos trabalham com três grupos de unidades amostrais distintos, ou seja: unidades amostrais permanentes (medidas em ambas as ocasiões), unidades amostrais temporárias (medidas só na primeira ocasião) e unidades amostrais novas (medidas só na segunda ocasião). Entretanto, como os dados utilizados no presente trabalho provêm de um Inventário Florestal Contínuo, onde todas as unidades são remedidas anualmente, foram tomadas, aleatoriamente, 45 unidades de cada estrato com as estimativas dos volumes de ambas as ocasiões e estruturou-se cada grupo de unidades amostrais da seguinte forma:

#### 3.6.1 UNIDADES AMOSTRAIS TEMPORÁRIAS - u -

Considerou-se como unidades amostrais temporárias aquelas sorteadas para a estimativa da primeira ocasião (1976), desprezando-se os seus valores da segunda ocasião (1977).

#### 3.6.2 UNIDADES AMOSTRAIS PERMANENTES - m -

Considerou-se como unidades amostrais permanentes, aquelas sorteadas para as estimativas da primeira ocasião (1976) e da segunda ocasião (1977), a partir das mesmas unidades.

#### 3.6.3 UNIDADES AMOSTRAIS NOVAS - n -

Como unidades amostrais novas, foram consideradas

aquelas parcelas sorteadas para as estimativas da segunda ocasião apenas (1977), sendo ignorados os seus valores de volume referentes a 1976.

### 3.7 OS MÉTODOS DE INVENTÁRIOS FLORESTAIS SUCESSIVOS E SEUS ESTIMADORES

Os métodos de inventários sucessivos testados neste trabalho foram propostos por WARE & CUNIA<sup>25</sup> e encontram-se numa sequência lógica publicados no Forest Science, sob o título "Continuous Forest Inventory With Partial Replacement of Samples".

#### 3.7.1 DEFINIÇÃO DA AMOSTRA

Em inventários florestais interessa estimar, para o universo (floresta) a ser amostrado, a média volumétrica verdadeira (usualmente, por unidade de área) na ocasião inicial, a média volumétrica verdadeira na segunda ocasião (média corrente), e a mudança verdadeira em volume durante o período entre as duas ocasiões. Assim, procura-se as estimativas dos seguintes parâmetros da população:

$\mu_1$  = volume médio verdadeiro por unidade de amostra na primeira ocasião;

$\mu_2$  = volume médio verdadeiro por unidade de amostra na segunda ocasião;

$\Delta = \mu_2 - \mu_1$  = crescimento médio verdadeiro por unidade de amostra durante o período entre a primeira e segunda ocasião.

Observa-se que esta estimativa de crescimento será realista se não houverem desbastes no povoamento durante o decorrer do período entre as duas medições. Caso sejam efetuados desbastes, as parcelas desbastadas devem ser ajustadas com a adição do volume retirado para que a diferença obtida entre as duas ocasiões sejam devidas somente ao crescimento (causas naturais como mortalidade etc.).

Para obter essas estimativas, escolhe-se primeiro uma amostra da área total da floresta (população) em questão.

Supondo-se uma escolha aleatória, a partir de uma população normal infinita,  $m$  ( $m$  para "matched") parcelas cujas observações são tomadas na primeira ocasião e repetidas na segunda ocasião, isto é, são remedidas as " $m$ " parcelas, e a observação de volume da  $j$ -ésima parcela,  $Y_{mj}$ , pode ser igualada ou comparada com a observação inicial,  $X_{mj}$ , da mesma parcela. Similarmente, tem-se as observações,  $X_{ui}$ , sobre as " $u$ " ( $u$  para "unmatched") parcelas, aleatoriamente selecionadas a partir das  $m + u = N_1$  parcelas inicialmente observadas, as quais não são remedidas, mas são substituídas na segunda ocasião. E tem-se também as observações,  $Y_{nh}$  ( $n$  para "new"), sobre as " $n$ " parcelas novas aleatória e independentemente selecionadas na segunda ocasião, e não observadas previamente.

Mais especificamente tem-se quatro sub-amostras; duas na amostra da 1.<sup>a</sup> ocasião e duas na amostra da 2.<sup>a</sup> ocasião como segue:

SUB-AMOSTRA	VOLUME DA PARCELA	VARIÂNCIA DA POPULAÇÃO
. Primeira ocasião		
- Temporárias	$Xu_1, Xu_2, \dots, Xui, \dots, Xu_u$	$\sigma_X^2$
. Primeira ocasião		
- Permanentes	$Xm_1, Xm_2, \dots, Xm_j, \dots, Xm_m$	$\sigma_X^2$
. Segunda ocasião		
- Novas	$Yn_1, Yn_2, \dots, Ynh, \dots, Ynn$	$\sigma_Y^2$
. Segunda ocasião		
- Permanentes	$Ym_1, Ym_2, \dots, Ym_j, \dots, Ymm$	$\sigma_Y^2$

A partir disso, obtêm-se as médias simples de volume por unidade de amostra:

$$\begin{aligned}\bar{X}_u &= \left| \sum_{i=1}^u Xui \right| / u; & \bar{X}_m &= \left| \sum_{j=1}^m Xm_j \right| / m; \\ \bar{Y}_n &= \left| \sum_{h=1}^n Ynh \right| / n; & \bar{Y}_m &= \left| \sum_{j=1}^m Ym_j \right| / m;\end{aligned}$$

e tem-se:

$N1 = m + u =$  amostra total, parcelas permanentes e temporárias, na 1.<sup>a</sup> ocasião.

$N2 = m + n =$  amostra total, parcelas permanentes e novas, na 2.<sup>a</sup> ocasião.

### 3.7.2 TEORIA DA AMOSTRAGEM PARA ESTIMAR VOLUME CORRENTE

Deseja-se usar essas médias amostrais para obter uma estimativa de  $\mu_2$ , a média volumétrica verdadeira na segunda ocasião; isto é, procura-se uma estimativa,  $\bar{y}$ , a qual faz o melhor uso da informação amostral. Desta maneira, uma estimativa em forma geral é:

$$\bar{y} = a\bar{X}_u + b\bar{X}_m + c\bar{Y}_m + d\bar{Y}_n$$

Requer-se que esta estimativa não seja tendenciosa,

$$E(\bar{y}) = \mu_2$$

Pela amostragem aleatória,

$$E(\bar{X}_u) = E(\bar{X}_m) = \mu_1; \quad E(\bar{Y}_n) = E(\bar{Y}_m) = \mu_2$$

assim, para não ser tendenciosa deve-se ter  $a+b=0$  e  $c+d=1$ .

Consequentemente, requiere-se que:

$$\bar{y} = a(\bar{X}_u) + b(\bar{X}_m) + c(\bar{Y}_m) + (1-c)(\bar{Y}_n) \quad (1)$$

na qual

- a e c são constantes a serem determinadas
- $\bar{X}_u$ ,  $\bar{X}_m$ ,  $\bar{Y}_m$  e  $\bar{Y}_n$  são estimativas amostrais básicas para o erro de amostragem
- devido a remedição e a amostragem aleatória independente na segunda ocasião,  $\bar{Y}_m$  é córrrelacionada com  $\bar{X}_m$  mas estatisticamente independente de  $\bar{X}_u$  e  $\bar{Y}_n$ .

A variância da média desta estimativa,  $\bar{y}$ , pode ser obtida usando-se o artifício computacional de tomar a expectativa dos valores ou, através do teorema dado por Cramer (método diferencial para propagação do erro médio quadrático).

Esta variância da média é dada por:

$$\sigma_{\bar{y}}^2 = a^2 \sigma_X^2 \left( \frac{1}{u} + \frac{1}{m} \right) + c^2 \frac{\sigma_Y^2}{m} + (1-c)^2 \frac{\sigma_Y^2}{n} - 2ac\rho \frac{\sigma_X \sigma_Y}{m} \quad (2)$$

na qual

$$\rho = \frac{\text{Cov}(XY)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

onde:

$\text{Cov}(XY)$  = covariância verdadeira da população entre o volume observado em uma parcela na 1.<sup>a</sup> oca



sião e aquele observado na mesma parcela no momento da remediação (2.<sup>a</sup> ocasião).

então,

$\rho$  = coeficiente de correlação verdadeiro da população entre o volume observado em uma parcela da 1.<sup>a</sup> ocasião e aquele observado na mesma parcela na 2.<sup>a</sup> ocasião.

Todos os outros termos foram definidos previamente.

Agora deve-se estimar as constantes  $\underline{a}$  e  $\underline{c}$  em termos de parâmetros da população e informação amostral. Procura-se os valores que (no sentido estatístico) produzirão a maior eficiência da estimativa de  $\bar{y}$ , isto é, minimizará  $\sigma_{\bar{y}}^2$ . Estes valores podem ser determinados, igualando a zero as derivadas parciais da expressão acima para  $\sigma_{\bar{y}}^2$  com respeito a  $\underline{a}$  e  $\underline{c}$ , e resolvendo as equações resultantes simultaneamente. Minimizando obtêm-se:

$$c = \frac{m}{N2 - (un\rho^2)/(m + u)}$$

e

$$a = \frac{mu/(m+u) - u}{N2 - (un\rho^2)/(m + u)} - \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

Considerando que

$P_m = m/(m + u) = m/N1$  = porção da amostra da 1.<sup>a</sup> ocasião que é permanente e remediada na 2.<sup>a</sup> ocasião;

e

$P_u = u/(m + u) = u/N1$  = porção da amostra da 1.<sup>a</sup> ocasião que é temporária e substituída na 2.<sup>a</sup> ocasião.

Pode-se reescrever

$$c = \frac{m}{N2 - (Pu)n\rho^2} \quad (3)$$

$$a = \frac{m(Pu)}{N2 - (Pu)n\rho^2} \cdot \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \quad (4)$$

e

$$(1 - c) = \frac{n|1 - (Pu)\rho^2|}{N2 - (Pu)n\rho^2} \quad (5)$$

O coeficiente de regressão Y sobre X, através dos mí  
nimos quadrados, é dado por:

$$\beta_{YX} = \frac{\text{Cov}(XY)}{\sigma_X^2} = \frac{\rho \sigma_X \sigma_Y}{\sigma_X^2} = \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

Substituindo os valores de a e c na Eq. 1, tem-se

$$\bar{y} = \left[ \frac{m}{N2 - (Pu)n\rho^2} \right] |\bar{Y}_m + (Pu)\beta_{YX}(\bar{X}_u - \bar{X}_m)| + \frac{n|1 - (Pu)\rho^2|}{N2 - (Pu)n\rho^2} |\bar{Y}_n| \quad (6)$$

Isto é equivalente a

$$\bar{y} = (c) |\bar{Y}_m + (Pu)\beta_{YX}(\bar{X}_u - \bar{X}_m)| + (1 - c) |\bar{Y}_n|$$

Formando a média,  $\bar{X}$ , para a 1.<sup>a</sup> ocasião

$$\bar{X} = \left| \sum_{i=1}^u X_{ui} + \sum_{j=1}^m X_{mj} \right| / (m + u)$$

$$= (Pm)(\bar{X}_m) + (Pu)(\bar{X}_u) = \bar{X}_m + Pu(\bar{X}_u - \bar{X}_m)$$

Então pode-se reescrever a expressão acima para  $\bar{y}$  co  
mo:

$$\bar{y} = (c) |\bar{Y}_m + \beta_{YX}(\bar{X} - \bar{X}_m)| + (1 - c) |\bar{Y}_n| \quad (7)$$

e agrupando

$$\bar{Y}_r = |\bar{Y}_m + \beta_{YX}(\bar{X} - \bar{X}_m)| \quad ("r" \text{ para regressão}) \quad (8)$$

De uma forma mais simples isto pode ser escrito como:

$$\bar{y} = c(\bar{Y}_r) + (1 - c)(\bar{Y}_n) \quad (9)$$

na qual vê-se que  $\bar{Y}_r$  é uma estimativa de regressão obtida a partir da amostragem dupla.

Agora, examinando os valores de  $c$  e  $(1-c)$  mais atentamente (Eq. 3 e 5) consegue-se uma idéia clara do significado desse estimador. Relembrando que  $N_2 = m + n$  e multiplicando o numerador e denominador por  $\sigma_Y^2/n$ , pode-se escrever:

$$c = \frac{\frac{\sigma_Y^2}{n}}{\frac{\sigma_Y^2}{n} + \left[ \frac{\sigma_Y^2(1 - \rho^2)}{m} + \frac{\rho^2 \sigma_Y^2}{(m+u)} \right]}$$

e

$$(1 - c) = \frac{\left[ \frac{\sigma_Y^2(1 - \rho^2)}{m} + \frac{\rho^2 \sigma_Y^2}{(m+u)} \right]}{\frac{\sigma_Y^2}{n} + \left[ \frac{\sigma_Y^2(1 - \rho^2)}{m} + \frac{\rho^2 \sigma_Y^2}{(m+u)} \right]}$$

Nestas expressões,

$$\sigma_Y^2/n = \sigma_{Yn}^2 = \text{variância da média do volume estimado sobre as parcelas novas da 2ª. ocasião.}$$

e

$$\sigma_{Yr}^2 = \left[ \frac{\sigma_Y^2(1 - \rho^2)}{m} + \frac{\rho^2 \sigma_Y^2}{(m+u)} \right] \quad (10)$$

= variância da média do volume na 2ª. ocasião, estimada a partir da amostragem dupla com regressão (remedição das  $m$  parcelas), onde  $\rho$  admite-se ser conhecido independentemente.

Então pode-se reescrever

$$c = (\sigma_{Yn}^2) / (\sigma_{Yn}^2 + \sigma_{Yr}^2)$$

$$(1 - c) = (\sigma_{\bar{Y}_r}^2) / (\sigma_{\bar{Y}_n}^2 + \sigma_{\bar{Y}_r}^2)$$

E, conseqüentemente, a partir da Eq. 9,

$$\bar{Y} = \frac{\sigma_{\bar{Y}_n}^2 (\bar{Y}_r) + \sigma_{\bar{Y}_r}^2 (\bar{Y}_n)}{\sigma_{\bar{Y}_n}^2 + \sigma_{\bar{Y}_r}^2} = \frac{(\bar{Y}_r) / \sigma_{\bar{Y}_r}^2 + (\bar{Y}_n) / \sigma_{\bar{Y}_n}^2}{1 / \sigma_{\bar{Y}_n}^2 + 1 / \sigma_{\bar{Y}_r}^2} \quad (11)$$

A variância da média volta a ser:

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = (\sigma_{\bar{Y}_r}^2 \sigma_{\bar{Y}_n}^2) / (\sigma_{\bar{Y}_r}^2 + \sigma_{\bar{Y}_n}^2) \quad (12)$$

A qual é equivalente a,

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{\sigma_Y^2 |1 - (Pu) \rho^2|}{N2 - (Pu) n \rho^2} \quad (13)$$

Examinando agora os resultados para alguns casos especiais obtêm-se algumas simplificações. No caso especial em que o número de parcelas na 1.<sup>a</sup> ocasião é igual ao da 2.<sup>a</sup> ocasião, isto é,  $N1 = N2 = N$ , tem-se:

$$a = \frac{(Pm) (Pu)}{|1 - (Pu)^2 \rho^2|} \cdot \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \quad (14)$$

$$c = \frac{(Pm)}{|1 - (Pu)^2 \rho^2|} \quad (15)$$

$$(1-c) = \frac{Pu |1 - (Pu) \rho^2|}{|1 - (Pu)^2 \rho^2|} \quad (16)$$

e então

$$\bar{Y} = \left[ \frac{Pm}{|1 - (Pu)^2 \rho^2|} \right] (\bar{Y}_r) + \left[ \frac{Pu |1 - (Pu) \rho^2|}{|1 - (Pu)^2 \rho^2|} \right] (\bar{Y}_n) \quad (17)$$

com a variância da média

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{\sigma_Y^2 |1 - (Pu) \rho^2|}{N |1 - (Pu)^2 \rho^2|} \quad (18)$$

Se, além disso, as variâncias da população são iguais

nas duas ocasiões, isto é,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ , os pesos  $c$  e  $(1-c)$  na expressão de  $\bar{y}$  não mudarão, mas para  $\bar{Y}_r$  (Eq.8) a expressão muda para:

$$\bar{Y}_r = \bar{Y}_m + \rho (\bar{X} - \bar{X}_m) \quad (19)$$

Já que, neste caso

$$\beta_{YX} = \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} = \beta_{XY} = \rho$$

A variância da média para  $\bar{y}$  torna-se

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{\sigma^2 |1 - (Pu) \rho^2|}{N |1 - (Pu)^2 \rho^2|} \quad (20)$$

Viu-se (a partir da Eq.8) que  $\bar{Y}_r$  é uma estimativa de regressão, através dos mínimos quadrados, do volume médio da 2ª. ocasião, na qual o coeficiente de regressão pertence às unidades permanentes das duas ocasiões (ou remedidas na 2ª. ocasião). Vê-se também (Eq. 9 e 11) que  $\bar{y}$  é uma estimativa ponderada e formada a partir de duas estimativas independentes. Estas duas estimativas são, respectivamente, a estimativa baseada em todas as parcelas observadas inicialmente e ajustada para o tempo da remedição (a 2ª. ocasião) pela regressão entre as ocasiões sobre as parcelas remedidas; e a outra estimativa, independente da primeira, é baseada apenas nas parcelas novas tomadas no momento da remedição.

A partir da forma da expressão na Eq. 11, vê-se que a estimativa ponderada é formada ponderando-se as duas estimativas independentes,  $\bar{Y}_r$  e  $\bar{Y}_n$ , inversamente com suas variâncias da média e combinando-as em uma só estimativa. Esta estimativa ponderada é a mais eficiente, a partir dessa informação amostral, diante da suposição de variância conhecida,

isto é, em termos estatísticos é a melhor estimativa linear sem tendência possível de ser obtida.

### 3.7.3 MELHOR ESTIMATIVA DO VOLUME MÉDIO NA PRIMEIRA OCASIÃO E SUA VARIÂNCIA

Segundo RIBEIRO<sup>23</sup>, a partir das médias amostrais simples descritas no item 3.7.1, pode-se obter uma estimativa de  $\mu_1$ , o verdadeiro volume médio por unidade de área na primeira ocasião, ou seja, uma estimativa de  $\bar{x}$  que faz o melhor uso dessas informações amostrais. Esta estimativa é dada por:

$$\bar{x} = a.\bar{X}_u + b.\bar{X}_m + c.\bar{Y}_m + d.\bar{Y}_n$$

É necessário que esta estimativa seja sem tendência, ou seja:

$$E(\bar{x}) = \mu_1$$

Pelo princípio da amostragem aleatória sabe-se que:

$$E(\bar{X}_u) = E(\bar{X}_m) = \mu_1$$

$$E(\bar{Y}_m) = E(\bar{Y}_n) = \mu_2$$

Destas estimativas, conclui-se que  $E(\bar{x}) = \mu_1$  só é possível na condição de  $a + b = 1$  e  $c + d = 0$ , portanto:

$$a = 1 - b \quad \text{e} \quad d = -c$$

Reescrevendo a expressão de  $\bar{x}$ , unicamente em função de  $b$  e  $c$ , obtém-se:

$$\bar{x} = (1 - b)\bar{X}_u + b\bar{X}_m + c\bar{Y}_m - c\bar{Y}_n$$

onde:

$$1 - b = \frac{P_u (N_2 - n_p^2)}{N_2 - P_u n_p^2}$$

$$b = \frac{N_2 P_m}{N_2 - P_u n_p^2}$$

$$c = \frac{-n P_m}{N_2 - P_u n \rho^2} \cdot \rho \cdot \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$$

A variância da média desta estimativa  $\bar{x}$  é dada por:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{N_1} \left( 1 - \frac{n m \rho^2}{N_1 N_2 - u n \rho^2} \right)$$

### 3.7.4 TEORIA DA AMOSTRAGEM PARA ESTIMAR A MUDANÇA EM VOLUME

Interessa agora a determinação de  $\Delta = \mu_2 - \mu_1$ , a média verdadeira de crescimento em volume durante o período, começando na medição inicial e terminando na remedição das parcelas. São apresentados vários estimadores sem tendência para crescimento, com as respectivas variâncias da média.

#### 3.7.4.1 - O melhor estimador sem tendência para crescimento

Deseja-se estimar o crescimento médio na população a partir das informações das amostras  $\bar{X}_u$ ,  $\bar{X}_m$ ,  $\bar{Y}_n$  e  $\bar{Y}_m$ ; isto é, procura-se um estimador,  $gb$  ( $b$  para best), que faz o melhor uso das informações dessas amostras. De uma forma geral, tal estimador é:

$$gb = A\bar{Y}_m + B\bar{X}_m + C\bar{Y}_n + D\bar{X}_u$$

Requere-se que este produza uma estimativa sem tendência do crescimento verdadeiro  $\Delta = \mu_2 - \mu_1$ .

Consequentemente, deve-se ter

$$E(gb) = (\mu_2 - \mu_1)$$

Porque da amostragem aleatória,

$$E(\bar{X}_u) = E(\bar{X}_m) = \mu_1$$

$$E(\bar{Y}_n) = E(\bar{Y}_m) = \mu_2$$

e isto leva à condição de que

$$A + C = 1, \quad B + D = -1$$

Portanto, deve-se ter

$$g_b = (A)\bar{Y}_m + (1-A)\bar{Y}_n + (B)\bar{X}_m - (1+B)\bar{X}_u \quad (21)$$

onde B e A são constantes a serem determinada. Sua variância da média é a seguinte:

$$\sigma_{gb}^2 = (A)^2 \frac{\sigma_Y^2}{m} + (1-A)^2 \frac{\sigma_Y^2}{n} + (B)^2 \frac{\sigma_X^2}{m} + (1+B)^2 \frac{\sigma_X^2}{u} + 2AB\rho \frac{\sigma_X \sigma_Y}{m} \quad (22)$$

Procura-se o melhor estimador sem tendência, ou seja os valores para B e A que conduzirão à mínima variância da média,  $\sigma_{gb}^2$ , para a estimativa. Igualando a zero as derivadas parciais com respeito a A e B, e resolvendo as equações simultaneamente, obtém-se:

$$A = \frac{m}{N^2 - (Pu)n\rho^2} + \frac{n(Pm)}{N^2 - (Pu)n\rho^2} \cdot \rho \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$$

$$B = - \frac{m(Pu)}{N^2 - (Pu)n\rho^2} \cdot \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} - \frac{N^2(Pm)}{N^2 - (Pu)n\rho^2}$$

$$(1 - A) = \frac{n[1 - (Pu)\rho^2]}{N^2 - (Pu)n\rho^2} - \frac{n(Pm)}{N^2 - (Pu)n\rho^2} \cdot \rho \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$$

$$-(1 + B) = \frac{m(Pu)}{N^2 - (Pu)n\rho^2} \cdot \rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} - \frac{Pu(N^2 - n\rho^2)}{N^2 - (Pu)n\rho^2}$$

Substituindo estes valores na expressão de  $g_b$ , tem-se:



$$\begin{aligned}
gb = & \left\{ \left[ \frac{\frac{m}{N1}}{\frac{N2}{N1} - \left(\frac{u}{N1}\right)\left(\frac{n}{N1}\right)\rho^2} \right] |\bar{Y}_m + \beta_{YX}(\bar{X} - \bar{X}_m)| + \left[ \frac{\frac{n}{N1} \left[1 - \left(\frac{u}{N1}\right)\rho^2\right]}{\frac{N2}{N1} - \left(\frac{u}{N1}\right)\left(\frac{n}{N1}\right)\rho^2} \right] |\bar{Y}_n| \right\} \\
& - \left\{ \left[ \frac{\frac{m}{N2}}{\frac{N1}{N2} - \left(\frac{u}{N2}\right)\left(\frac{n}{N2}\right)\rho^2} \right] |\bar{X}_m + \beta_{XY}(\bar{Y} - \bar{Y}_m)| + \left[ \frac{\frac{u}{N2} \left[1 - \frac{n}{N2}\rho^2\right]}{\frac{N1}{N2} - \left(\frac{u}{N2}\right)\left(\frac{n}{N2}\right)\rho^2} \right] |\bar{X}_u| \right\} \quad (23)
\end{aligned}$$

Isto também pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
gb = & \left\{ \left[ \frac{m}{H} \right] |\bar{Y}_r| + \left[ \frac{n \left[1 - (Pu)\rho^2\right]}{H} \right] |\bar{Y}_n| \right\} \\
& - \left\{ \left[ \frac{N2(Pm)}{H} \right] |\bar{X}_r| + \left[ \frac{Pu(N2 - n\rho^2)}{H} \right] |\bar{X}_u| \right\} \quad (24)
\end{aligned}$$

na qual,

$$H = N2 - (Pu)n\rho^2; \quad \bar{X}_r = \bar{X}_m + \beta_{XY}(\bar{Y} - \bar{Y}_m); \quad \bar{Y} = \left(\frac{m}{N2}\right)\bar{Y}_m + \left(\frac{n}{N2}\right)\bar{Y}_n$$

$\bar{Y}$  = médias de todas as parcelas tomadas na 2ª. ocasião

$\beta_{XY} = \rho \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$  = coeficiente de regressão de X sobre Y.

A variância da média de gb volta a ser

$$\sigma_{gb}^2 = \left[ \frac{1}{N2 - (Pu)n\rho^2} \right] \left\{ \left[ \frac{N2 - n\rho^2}{N1} \right] \sigma_X^2 + |1 - (Pu)\rho^2| \sigma_Y^2 - 2(Pm)\rho\sigma_X\sigma_Y \right\} \quad (25)$$

Observe-se quais as simplificações que podem ser feitas em casos especiais. Quando o tamanho total das amostras são iguais nas duas ocasiões,  $N1 = N2 = N$ , então

$$\begin{aligned}
gb = & \left\{ \left[ \frac{Pm}{1 - (Pu)^2\rho^2} \right] \left[ \bar{Y}_m + \beta_{YX}(\bar{X} - \bar{X}_m) \right] + \left[ \frac{Pu|1 - (Pu)\rho^2|}{1 - (Pu)^2\rho^2} \right] |\bar{Y}_n| \right\} - \\
& \left\{ \left[ \frac{Pm}{1 - (Pu)^2\rho^2} \right] \left[ \bar{X}_m + \beta_{XY}(\bar{Y} - \bar{Y}_m) \right] + \left[ \frac{Pu|1 - (Pu)\rho^2|}{1 - (Pu)^2\rho^2} \right] |\bar{X}_u| \right\} \quad (26)
\end{aligned}$$

na qual o primeiro dos dois principais termos é igual a  $\bar{y}$  (Eq. 17). A variância da média é a seguinte:

$$\sigma_{gb}^2 = \frac{|1 - (Pu)\rho^2| |\sigma_X^2 + \sigma_Y^2|}{N|1 - (Pu)^2\rho^2|} - \frac{2(Pm)\rho\sigma_X\sigma_Y}{N|1 - (Pu)^2\rho^2|} \quad (27)$$

Se as variâncias da população são iguais nas duas ocasiões  $\sigma_X^2 = \sigma^2 = \sigma_Y^2$ , então  $\beta_{YX} = \beta_{XY}$  e

$$gb = \left[ \frac{Pu(1-\rho)}{1-(Pu)\rho} \right] (\bar{Y}_n - \bar{X}_u) + \left[ \frac{Pm}{1-(Pu)\rho} \right] (\bar{Y}_m - \bar{X}_m) \quad (28)$$

com a variância da média

$$\sigma_{gb}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1 - (Pu)\rho|} \quad (29)$$

Examinando-se este estimador,  $gb$ , mais detalhadamente, vê-se (Eq. 23 e seq.) que o primeiro termo principal (entre chaves) é equivalente a expressão de  $\bar{y}$  (Eq. 7). O segundo termo principal é simétrico ao primeiro. Eles são equivalentes exceto que  $u$  e  $n$ ,  $N_1$  e  $N_2$ , e as médias de  $X$  e  $Y$  são trocadas; isto é, a informação análoga da 2.<sup>a</sup> ocasião substitui aquela da 1.<sup>a</sup> ocasião e vice-versa, em todos os casos. Este segundo termo, então, forma uma estimativa ponderada da média na primeira ocasião (digamos  $\bar{x}$ ), utilizando informação não disponível até a ocasião 2. Ela é, sob as suposições das acima, a mais eficiente estimativa de  $\mu_1$ , ou seja, a média verdadeira na ocasião 1, que pode ser obtida de toda a informação disponível na ocasião 2. (E é consequentemente, uma estimativa corrigida relativa a média da ocasião 1,  $\bar{X}$ ).

O estimador,  $gb$ , produz a melhor estimativa linear

sem tendência do crescimento real,  $\mu_2 - \mu_1$ . Ele é dado pela diferença entre dois estimadores ponderados do volume médio,  $\bar{y}$  para a ocasião 2 e  $\bar{x}$  para a ocasião 1. Pode-se então escrever que,  $gb = \bar{y} - \bar{x}$ , na qual  $\bar{x}$  é igual ao 2º termo principal na Eq. 23 e 24.

Este estimador faz uso daquelas amostras que, embora somente observadas na ocasião inicial (substituídas e não remedidas) são ligadas com a 2.<sup>a</sup> ocasião através de regressão das parcelas remedidas. Por meio desta regressão elas produzem informação adicional para estimar crescimento. Ele também faz uso daquelas parcelas que, embora independentes e novas na 2.<sup>a</sup> ocasião, são ligadas com a 1.<sup>a</sup> ocasião através da regressão daquelas remedidas. Consequentemente estas parcelas também produzem informação adicional para a estimativa de crescimento. Este é o tipo de estimador que se espera levar ao mínimo erro de amostragem para a estimativa de crescimento.

Considerando que esse estimador é dado pela diferença entre  $\bar{y}$  e  $\bar{x}$ , que é uma estimativa corrigida do volume médio da ocasião 1, esta estimativa  $gb$  não é aditiva com o volume médio estimado na 1.<sup>a</sup> ocasião  $\bar{X}$ , e o volume médio estimado na 2.<sup>a</sup> ocasião  $\bar{y}$ . Por "não aditivo" entende-se que, ao se adicionar o crescimento estimado  $gb$  ao volume estimado na 1.<sup>a</sup> ocasião,  $\bar{X}$ , não se obtém como resultado o volume estimado na 2.<sup>a</sup> ocasião,  $\bar{y}$ . Embora isto seja aceitável ao estatístico, pode frequentemente parecer não desejável ao leigo ou a pessoa que coloca em uso as estatísticas relatadas.

3.7.4.2 - Estimador baseado na média total da ocasião 1 e a melhor estimativa da média na ocasião 2.

Um estimador de crescimento,  $g_c$  (c para a média corrente), pode ser formado pela diferença entre o volume médio total,  $\bar{X}$ , estimado na ocasião inicial, e a melhor estimativa ponderada do volume médio corrente no tempo da remediação,  $\bar{y}$  (Eq. 9). Este estimador é:

$$g_c = \bar{y} - \bar{X} \quad (30)$$

que pode ser escrito em termos de médias simples de sub-amostras como:

$$g_c = (a-Pu)\bar{X}_u - (Pm+a)\bar{X}_m + (c)\bar{Y}_m + (1-c)\bar{Y}_n \quad (31)$$

em que  $a$ ,  $c$  e  $(1-c)$  são dados pelas Eq.3,4 e 5. E tem a variância da média:

$$\sigma_{g_c}^2 = \frac{\sigma_X^2}{N1} + \left[ \frac{1-(Pu)\rho^2}{N2-(Pu)n\rho^2} \right] \sigma_Y^2 - 2 \left[ \frac{Pm}{N2-(Pu)n\rho^2} \right] \rho \sigma_X \sigma_Y \quad (32)$$

Se o tamanho das amostras são iguais nas duas ocasiões e  $N1 = N2 = N$ ; então  $g_c$  é simplificado sobremaneira. Neste caso,  $a$ ,  $c$  e  $(1-c)$  são dados pelas Eq.14, 15 e 16. A variância da média é dada por:

$$\sigma_{g_c}^2 = \frac{\sigma_X^2}{N} + \left[ \frac{|1-(Pu)\rho^2|}{N|1-(Pu)^2\rho^2|} \right] \sigma_Y^2 - 2 \left[ \frac{Pm}{N|1-(Pu)^2\rho^2|} \right] \rho \sigma_X \sigma_Y \quad (33)$$

Se, ainda, as variâncias da população são iguais nas duas ocasiões e  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ , então

$$\sigma_{g_c}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(Pu)\rho|} + \frac{\sigma^2(Pm)(Pu)\rho^2}{N|1-(Pu)\rho||1+(Pu)\rho|} \quad (34)$$

Este estimador de crescimento tem duas propriedades. Ele produz uma estimativa do crescimento que, quando adicionada à estimativa do volume da ocasião inicial, dá como um resultado o volume estimado na remedição. Por outro lado, a estimativa do crescimento e as estimativas do volume nas duas ocasiões são aditivas. O estimador também faz uso e é compatível com a estimativa mais eficiente,  $\bar{y}$ , da média volumétrica na ocasião 2. Se o melhor estimador,  $\bar{y}$ , é usado para estimar o volume corrente, então a primeira propriedade não é atribuível para qualquer dos outros estimadores de crescimento e a segunda propriedade é obedecida somente por  $g_b$  (Eq.24).

#### 3.7.4.3 - Estimador que usa somente as parcelas remedidas (matched)

Um dos mais simples e mais evidente estimador para crescimento, é chamado  $g_m$  (m para matched), o qual usa somente a informação das m parcelas que são comuns (matched) nas duas ocasiões.

Isto é,

$$g_m = \bar{Y}_m - \bar{X}_m \quad (35)$$

com a variância da média

$$\sigma_{g_m}^2 = |\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2\rho\sigma_X\sigma_Y|/m \quad (36)$$

Quando as variâncias da população são iguais nas duas ocasiões, e  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ , então

$$\sigma_{g_m}^2 = |2\sigma^2(1 - \rho)|/m \quad (37)$$

Este estimador se ajustaria se todas as N1 parcelas estabelecidas inicialmente fossem remedidas, isto é, se uma

amostra fixa sem substituição fosse usada (então  $N1 = m$ ). É um caso especial do melhor estimador geral,  $gb$ , no qual  $u=n=0$ , como pode ser visto pela substituição destas condições nas Eq. 24 e 25.

#### 3.7.4.4 - Estimador que usa as parcelas não reme- didadas

Um estimador de crescimento,  $g_i$ , ( $i$  para independente), pode ser formado a partir de duas partes da amostra que são independentes nas duas ocasiões, isto é, provenientes de  $\bar{X}_u$  e  $\bar{Y}_n$ . Esse estimador é;

$$g_i = \bar{Y}_n - \bar{X}_u \quad (38)$$

com a variância da média

$$\sigma_{g_i}^2 = (\sigma_Y^2)/n + (\sigma_X^2)/u \quad (39)$$

Se as variâncias da população são iguais nas duas ocasiões,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ , então

$$\sigma_{g_i}^2 = \sigma^2(n + u)/un \quad (40)$$

Se, ainda, o tamanho das amostras são iguais nas duas ocasiões,  $n = u$ , então

$$\sigma_{g_i}^2 = (2\sigma^2)/n \quad (41)$$

Este estimador que se ajusta se não existem parcelas permanentes (matched) e é um caso especial, para  $m = 0$ , do melhor estimador geral  $gb$ .

#### 3.7.4.5 - Estimador ponderado das parcelas perma- nentes e das independentes

Pode-se formar um estimador  $gw$  ( $w$  para ponderado) a

partir da ponderação média do estimador,  $g_m$ , que usa somente unidades permanentes, e  $g_i$ , que usa as unidades amostrais independentes, sendo os pesos, proporcionais ao inverso das variâncias das médias.

Esse estimador é:

$$g_w = w(g_i) + (1 - w)(g_m) \quad (42)$$

no qual

$$w = (\sigma_{g_m}^2) / (\sigma_{g_i}^2 + \sigma_{g_m}^2) = \frac{un(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2\rho\sigma_X\sigma_Y)}{(N1)n\sigma_X^2 + (N2)u\sigma_Y^2 - 2\rho un\sigma_X\sigma_Y}$$

$$(1 - w) = (\sigma_{g_i}^2) / (\sigma_{g_i}^2 + \sigma_{g_m}^2) = \frac{mn\sigma_X^2 + mu\sigma_Y^2}{(N1)n\sigma_X^2 + (N2)u\sigma_Y^2 - 2\rho un\sigma_X\sigma_Y}$$

E tem a variância da média

$$\sigma_{g_w}^2 = (w)^2 \sigma_{g_i}^2 + (1-w)^2 \sigma_{g_m}^2 = \frac{(n\sigma_X^2 + u\sigma_Y^2)(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2\rho\sigma_X\sigma_Y)}{(N1)n\sigma_X^2 + (N2)u\sigma_Y^2 - 2\rho un\sigma_X\sigma_Y} \quad (43)$$

No caso especial em que as variâncias da população são iguais nas duas ocasiões,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ , então

$$w = \frac{2un(1-\rho)}{2un(1-\rho) + m(u+n)} ; \quad (1-w) = \frac{m(u+n)}{2un(1-\rho) + m(u+n)} ;$$

e

$$\sigma_{g_w}^2 = \frac{2(u+n)(1-\rho)\sigma^2}{2un(1-\rho) + m(u+n)} \quad (44)$$

Se as amostras são de igual tamanho nas duas ocasiões,  $N1 = N2 = N$  e  $u = n$ , então

$$w = \frac{Pu(1-\rho)}{1 - (Pu)\rho} ; \quad (1 - w) = \frac{Pm}{1 - (Pu)\rho} ;$$

$$g_w = \left[ \frac{Pu(1-\rho)}{1 - (Pu)\rho} \right] |\bar{Y}_n - \bar{X}_u| + \left[ \frac{Pm}{1 - (Pu)\rho} \right] |\bar{Y}_m - \bar{X}_m|$$

$$\sigma_{gw}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(Pu)\rho|} \quad (45)$$

Analisando-se com mais detalhes, vê-se que este estimador gw, é equivalente ao gb quando as variâncias da população e o tamanho das amostras são iguais nas duas ocasiões. Caso contrário, os dois não são equivalentes e gw é sensivelmente menos eficiente que gb.

#### 3.7.4.6 - Estimador baseado em todas as médias das duas ocasiões

Uma estimativa do crescimento pode ser obtida a partir da diferença entre toda a média  $\bar{X}$ , de todas as  $N1 = (m+u)$  parcelas permanentes e temporárias da ocasião 1 e sobre toda a média  $\bar{Y}$ , de todas as  $N2 = (m+n)$  permanentes (remedidas) e novas (independentes) parcelas da ocasião 2. Este estimador go (overall) é,

$$go = \bar{Y} - \bar{X} = (m\bar{Y}_m)/N2 + (n\bar{Y}_n)/N2 - (m\bar{X}_m)/N1 - (u\bar{X}_u)/N1 \quad (46)$$

com a variância da média

$$\sigma_{go}^2 = \frac{\sigma_Y^2}{N2} + \frac{\sigma_X^2}{N1} - 2m\rho \frac{\sigma_X \sigma_Y}{N1N2} \quad (47)$$

No caso especial em que as amostras tem igual tamanho nas duas ocasiões,  $N1 = N2 = N$ , então

$$go = Pm(\bar{Y}_m - \bar{X}_m) + Pu(\bar{Y}_n - \bar{X}_u) \quad (48)$$

$$\sigma_{go}^2 = |\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2(Pm)\rho\sigma_X\sigma_Y|/N \quad (49)$$

Se as variâncias da população são iguais,  $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ , então

$$\sigma_{go}^2 = \{2\sigma^2|1 - (Pm)\rho|\}/N \quad (50)$$



### 3.7.4.7 - Estimador baseado em toda a média da ocasião 1 e a estimativa de regressão da ocasião 2

Um outro estimador de crescimento,  $gr$  ( $r$  para regressão) pode ser formado a partir da diferença entre a média volumétrica do total na ocasião inicial,  $\bar{X}$ , e a estimativa de regressão,  $\bar{Y}_r$ , do volume médio corrente no tempo da remedição (Eq. 8). Isto é

$$gr = \bar{Y}_r - \bar{X} \quad (51)$$

com a variância da média

$$\sigma_{gr}^2 = \sigma_Y^2 [1 - (\rho)^2 / m + (\sigma_X^2) / N1 - (2\rho\sigma_X\sigma_Y) / N1] \quad (52)$$

Quando as variâncias da população são iguais, passa a ser

$$\sigma_{gr}^2 = \sigma^2 \left[ \frac{(1-\rho)^2}{N1} + \frac{(1-\rho^2)}{m} \right] \quad (53)$$

Vê-se que este estimador é também um caso especial de  $gb$ , o qual o retém quando não existem parcelas novas; isto é, quando  $n = 0$ , e somente uma sub-amostra  $m$ , das  $N1$  parcelas originais são tomadas no momento da remedição.

## 3.8 PROVA DE HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS

Para verificar a homogeneidade das variâncias dos volumes estimados na primeira e segunda ocasiões, usou-se o teste "F bilateral" citado por GOMES<sup>16</sup>. Neste teste, o valor de  $F$  calculado é obtido pelo quociente entre as variâncias das duas ocasiões, não havendo necessidade de se conhecer,

previamente, qual é o maior valor de variância e admite, portanto, as duas situações seguintes:

$$S_1 \geq S_2, \text{ isto é, } \frac{S_1^2}{S_2^2} \geq 1$$

$$S_1 \leq S_2, \text{ ou seja, } \frac{S_1^2}{S_2^2} \leq 1$$

Além disso, não há necessidade de que o número de observações das duas estimativas de variância sejam pareados.

No presente trabalho adotou-se o critério de dividir o menor valor de variância  $S_1^2$  (primeira ocasião) pelo maior valor  $S_2^2$  (segunda ocasião). Assim,

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} < 1$$

A partir deste critério, as hipóteses são formuladas da seguinte maneira:

$H_0$ : Aceita-se a hipótese de nulidade, ou seja, as variâncias são homogêneas quando o valor de  $F$  calculado for maior ou igual ao  $F$  tabelar, para a probabilidade desejada;

$H_1$ : Aceita-se a hipótese alternativa, ou seja, as variâncias diferem significativamente, quando o valor de  $F$  calculado for menor que o valor tabelar, para o nível de probabilidade desejado.

### 3.9 COMPARAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DOS DIFERENTES MÉTODOS DE INVENTÁRIOS SUCESSIVOS COM A POPULAÇÃO ESTRATIFICADA

A partir da metodologia proposta por WARE & CUNIA<sup>25</sup>

descritas no ítem 3.7, elaborou-se um programa para o computador HP 9830-A, o qual determina as estimativas da média volumétrica, variância da média, erro padrão e erro padrão expresso em percentagem na primeira ocasião, segunda ocasião e crescimento, para cada um dos métodos de inventários sucessivos.

Segundo HUSCH et al.<sup>17</sup> a estratificação produz estimativas mais precisas que a aleatória simples, quando os estratos estabelecidos resultam em maior homogeneidade das unidades amostrais dentro dos estratos, do que para a população como um todo.

Com base nesta afirmação, efetuou-se uma análise de variância sobre as amostras dos estratos para verificar a validade ou não da estratificação. A estratificação aumenta a precisão das estimativas quando a variância entre estratos é significativamente maior que a variância dentro dos estratos.

A estruturação da amostra estratificada foi efetuada segundo a alocação ótima, ou seja, as unidades amostrais foram distribuídas em função da variância de cada estrato.

Sobre a amostra estratificada foram aplicados os métodos de inventários, obtendo-se as estimativas para cada estrato, como se fossem populações individuais. Posteriormente, estas estimativas foram ponderadas através das fórmulas da amostragem estratificada, resultando as estimativas estratificadas, como segue:

a) Média Estratificada da Primeira Ocasião, Segunda Ocasião e do Crescimento

$$\bar{y}_{est.} = \frac{\sum_{h=1}^L N_h \bar{y}_h}{N}$$

onde:

$N_h$  = tamanho do estrato  $h$

$\bar{Y}_h$  = média estimada no estrato  $h$

$N$  = tamanho da população

b) Variância da Média Estratificada

$$S_{\bar{Y}_{est.}}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L \frac{N_h S_h^2}{n_h} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right)$$

onde:

$S_h^2$  = variância do estrato  $h$ .

$n_h$  = número de parcelas tomadas no estrato  $h$ .

c) Distribuição do Número de Parcelas em cada Estrato, segundo a Alocação Ótima

$$n_h = \frac{N_h \cdot S_h}{\sum_{h=1}^L N_h \cdot S_h} \cdot n$$

onde:

$n$  = tamanho total da amostra.

A comparação dos métodos de inventários sucessivos foi feita através das Eficiências Relativas de seus estimadores, em relação à Amostragem com Repetição Parcial (gb).

Segundo YAMANE<sup>24</sup>, tendo-se dois estimadores  $\hat{\theta}_1$  e  $\hat{\theta}_2$  de um parâmetro  $\theta$ , cuja variância de  $(\hat{\theta}_1)$  é menor que a variância de  $(\hat{\theta}_2)$ , então a eficiência de  $\hat{\theta}_2$  em relação a  $\hat{\theta}_1$  é dada por:

$$Ef. = \frac{Var. (\hat{\theta}_1)}{Var. (\hat{\theta}_2)}$$

WARE & CUNIA<sup>25</sup> afirmam que, se a eficiência relativa

de um estimador  $\alpha_1$ , comparada com a de um outro estimador  $\alpha_2$  é R, então  $\alpha_1$  exigirá R vezes mais unidades amostrais (do mesmo tipo) que  $\alpha_2$  para atingir a mesma precisão. Estes autores afirmam ainda que se a variância da população e a intensidade de amostragem na ocasião inicial são iguais às da segunda ocasião, então as variâncias das médias dos vários estimadores podem ser comparadas.

Considerando estas condições, as estimativas de cada método de inventário foram obtidas com o mesmo tamanho de amostra nas duas ocasiões, exceto para o estimador gr, que na segunda ocasião usa uma sub-amostra da ocasião inicial. Verificou-se também se as variâncias da primeira e segunda ocasiões eram homogêneas, mediante o teste F bilateral para 95% de probabilidade, conforme explanações anteriores.

### 3.10 EFICIÊNCIAS RELATIVAS DOS ESTIMADORES DOS DIFERENTES MÉTODOS DE INVENTÁRIOS FLORESTAIS SUCESSIVOS EM RELAÇÃO À AMOSTRAGEM COM REPETIÇÃO PARCIAL

Os métodos de inventários florestais sucessivos testados neste trabalho são identificados por seus estimadores de crescimento, como seguem:

- a)  $gb = \bar{y} - \bar{x}$ , corresponde ao método de Amostragem com Repetição Parcial(ARP), o qual utiliza para a estimativa da primeira ocasião as unidades amostrais  $X_{ui}$  e  $X_{ni}$  da Ocasião 1 e as unidades  $Y_{mi}$  e  $Y_{ni}$  através de regressão da ocasião 2 para a ocasião 1; de maneira análoga, a estimativa da segunda ocasião é obtida a partir das unidades amostrais  $Y_{mi}$  e  $Y_{ni}$  acresci

das das unidades  $X_{ui}$  e  $X_{mi}$  através de regressão da ocasião 1 para a ocasião 2.

- b)  $g_c = \bar{y} - \bar{X}$ , é também um método de Amostragem com Repetição Parcial, com a particularidade de que a primeira ocasião é obtida pela ponderação simples das unidades  $X_{ui}$  e  $X_{mi}$ . Tem-se, portanto, uma estimativa da média através de Inventários Independentes na primeira ocasião. Logo, a estimativa do crescimento médio torna-se também diferente do  $g_b$ .
- c)  $g_m = \bar{Y}_m - \bar{X}_m$ , corresponde ao método de Inventário Florestal Contínuo, em que todas as unidades medidas na primeira ocasião são remedidas na segunda ocasião.
- d)  $g_i = \bar{Y}_n - \bar{X}_u$ , corresponde ao método de Inventários Independentes que utilizam as unidades amostrais  $X_{ui}$  na ocasião 1 e  $Y_{ni}$  na segunda ocasião, ambas temporárias.
- e)  $g_r = \bar{Y}_r - \bar{X}$ , representa o método de Dupla Amostragem, o qual utiliza as unidades amostrais  $X_{ui}$  e  $X_{mi}$  com ponderação simples na primeira ocasião; na segunda ocasião, utiliza as unidades  $Y_{mi}$  acrescidas da estimativa de regressão das unidades  $X_{ui}$  da ocasião 1 para a ocasião 2.
- f)  $g_o = \bar{Y} - \bar{X}$ , corresponde ao método de Inventários Independentes, o qual utiliza a ponderação simples das unidades amostrais  $X_{ui}$  e  $X_{mi}$  na primeira ocasião, e a ponderação das unidades  $Y_{mi}$  e  $Y_{ni}$  para a estimativa da segunda ocasião. Observa-se que este

estimador usa as parcelas permanentes(m), as quais são correlacionadas e influenciam na estimativa do crescimento médio, porém independentes nas estimativas das médias da primeira e segunda ocasiões.

g)  $g_w = (w)g_i + (1 - w)g_m$ , é um estimador de crescimento apenas, obtido através da ponderação dos estimadores de crescimento  $g_i$  (Inventários Independentes) e  $g_m$  (Inventário Florestal Contínuo).

As eficiências relativas são obtidas pelos quocientes das variâncias das médias de cada estimador em relação à variância da média do estimador  $g_b$  (Amostragem com Repetição Parcial), nas estimativas das médias amostrais da primeira ocasião, segunda ocasião e crescimento.

### 3.10.1 EFICIÊNCIAS RELATIVAS DO ESTIMADOR $g_c$

#### 3.10.1.1 - Primeira Ocasião

A equação abaixo fornece a estimativa da variância da média do estimador  $g_b$  na primeira ocasião.

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{N_1} \left( 1 - \frac{nm\rho^2}{N_1N_2 - un\rho^2} \right)$$

Segundo RIBEIRO<sup>10</sup>, para a condição de tamanhos de amostras e variâncias iguais nas duas ocasiões, a equação transforma-se em:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{N} \left( 1 - \frac{nm\rho^2}{N^2 - un\rho^2} \right) \dots$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma_{\bar{x}}^2 \left[ \frac{N^2 - \rho^2 n(u - m)}{N^2 - un\rho^2} \right]$$

Dividindo-se por  $N^2$  e pela condição de igualdade  $N_1 = N_2$  tem-se:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \sigma_{\bar{X}}^2 \left[ \frac{1 - \rho^2}{1 - \rho^2} \right] \cdot \cdot \cdot \frac{\sigma_{\bar{X}}^2}{\sigma_{\bar{x}}^2} = \frac{1 - \rho^2}{1 - \rho^2}$$

$$\text{Ef.Rel. (gc/gb)}_{1. \text{a. ocas.}} = \frac{1 - \rho^2}{1 - \rho^2} \quad (54)$$

### 3.10.1.2. - Segunda Ocasão

Na segunda ocasião o estimador gc é calculado através da Amostragem com Repetição Parcial, sendo portanto igual ao estimador gb. A eficiência, neste caso, é igual a unidade.

### 3.10.1.3 - Crescimento

As equações (29) e (34) estimam as variâncias das médias de crescimento dos estimadores gb e gc, respectivamente.

$$\sigma_{gb}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(\rho)|}$$

$$\sigma_{gc}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(\rho)|} + \frac{\sigma^2(\rho)(\rho)^2}{N|1-(\rho)||1+(\rho)|}$$

$$\frac{\sigma_{gc}^2}{\sigma_{gb}^2} = \frac{\left[ \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(\rho)|} \right]}{\left[ \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(\rho)|} \right]} + \frac{\left[ \frac{\sigma^2(\rho)(\rho)^2}{N|1-(\rho)||1+(\rho)|} \right]}{\left[ \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N|1-(\rho)|} \right]}$$

Mediante simplificações, tem-se



$$\frac{\sigma_{gc}^2}{\sigma_{gb}^2} = 1 + \left[ \frac{(1 - Pu)(Pu)\rho}{2(1 - \rho)(1 + Pu)} \right]$$

Portanto

$$\text{Ef.Rel.}(gc/gb_{\text{cresc.}}) = 1 + \left[ \frac{(1 - Pu)(Pu)\rho}{2(1 - \rho)(1 + Pu)} \right] \quad (55)$$

### 3.10.2 EFICIÊNCIAS RELATIVAS DO ESTIMADOR gm

#### 3.10.2.1 - Primeira e Segunda Ocasões

O estimador gm utiliza as mesmas expressões dos Inventários Independentes para o cálculo das variâncias das médias da primeira e segunda ocasiões. Portanto, a equação (54) expressa também a eficiência relativa deste estimador em ambas as ocasiões.

#### 3.10.2.2 - Crescimento

As variâncias das médias do crescimento dos estimadores gb e gm são dadas pelas equações (29) e (37), respectivamente.

$$\sigma_{gb}^2 = \frac{2\sigma^2(1 - \rho)}{N|1 - (Pu)\rho|}$$

$$\sigma_{gm}^2 = |2\sigma^2(1 - \rho)|/m$$

$$\frac{\sigma_{gm}^2}{\sigma_{gb}^2} = \frac{|2\sigma^2(1 - \rho)|/m}{\left[ \frac{2\sigma^2(1 - \rho)}{N|1 - (Pu)\rho|} \right]}$$

Considerando que no Inventário Florestal Contínuo,  $m = N$ , resulta:

$$\frac{\sigma_{gm}^2}{\sigma_{gb}^2} = 1 - Pu\rho$$

$$\text{Ef.Rel}(\text{gm}/\text{gb}_{\text{cresc.}}) = 1 - \text{Pu}\rho \quad (56)$$

### 3.10.3 EFICIÊNCIAS RELATIVAS DO ESTIMADOR $g_i$

#### 3.10.3.1 - Primeira e Segunda Ocasões

O estimador  $g_i$  caracteriza o método de Inventários In dependentes e, como tal, as eficiências relativas das estimata tivas da primeira e segunda ocasião são expressas pela equaç ão (54).

#### 3.10.3.2 - Crescimento

As equações (29) e (41) determinam as variâncias das médias do crescimento para os estimadores  $g_b$  e  $g_i$ .

$$\sigma_{g_b}^2 = \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N[1 - (\text{Pu})\rho]}$$

$$\sigma_{g_i}^2 = (2\sigma^2)/N$$

$$\frac{\sigma_{g_i}^2}{\sigma_{g_b}^2} = \frac{(2\sigma^2) / N}{\left[ \frac{2\sigma^2(1-\rho)}{N[1 - (\text{Pu})\rho]} \right]}$$

Simplificando, tem-se:

$$\frac{\sigma_{g_i}^2}{\sigma_{g_b}^2} = \frac{1 - (\text{Pu})\rho}{1 - \rho}$$

Portanto,

$$\text{Ef.Rel.}(g_i/g_b_{\text{cresc.}}) = \frac{1 - (\text{Pu})\rho}{1 - \rho} \quad (57)$$

### 3.10.4 EFICIÊNCIAS RELATIVAS DO ESTIMADOR gr

#### 3.10.4.1 - Primeira Ocasião

Na primeira ocasião o estimador gr (Dupla Amostragem) calcula a variância da média da mesma maneira que os Inventários Independentes. Por esta razão, a equação (54) expressa também a eficiência relativa do estimador gr na primeira ocasião.

#### 3.10.4.2 - Segunda Ocasião

As equações (20) e (10) fornecem as variâncias das médias de gb e gr para a segunda ocasião.

$$\frac{\sigma^2}{\bar{Y}} = \frac{\sigma^2 |1 - (Pu) \rho^2|}{N |1 - (Pu)^2 \rho^2|}$$

$$\sigma_{\bar{Yr}}^2 = \left[ \frac{\sigma_Y^2 (1 - \rho^2)}{m} + \frac{\rho^2 \sigma_Y^2}{(m + u)} \right]$$

Segundo RIBEIRO<sup>22</sup> a eficiência relativa é dada pela seguinte expressão:

$$Ef. Rel(gr/gb_{2^a \text{ ocas.}}) = \frac{1 - Pu^2 \rho^2}{1 - Pu} \quad (58)$$

#### 3.10.4.3 - Crescimento

As equações (29) e (53) fornecem as variâncias das médias de crescimento dos estimadores gb e gr, respectivamente.

$$\sigma_{gb}^2 = \frac{2\sigma^2(1 - \rho)}{N |1 - (Pu) \rho|}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{gr}^2 &= \sigma^2 \left[ \frac{(1 - \rho)^2}{Nl} + \frac{(1 - \rho^2)}{m} \right] \\
&= \sigma^2 \left[ \frac{m(1 - \rho)^2 + Nl(1 - \rho^2)}{m Nl} \right] \\
&= \frac{\sigma^2}{Nl} \left[ \frac{m(1 - \rho)^2}{m} + \frac{Nl(1 - \rho^2)}{m} \right]
\end{aligned}$$

Dividindo-se os termos entre colchêtes por  $Nl$ , resulta:

$$\sigma_{gr}^2 = \left[ \frac{\sigma^2}{Nl} (1 - \rho)^2 + \frac{(1 - \rho^2)}{Pm} \right]$$

Assim,

$$\frac{\sigma_{gr}^2}{\sigma_{gb}^2} = \frac{\left[ \frac{\sigma^2}{Nl} (1 - \rho)^2 + \frac{(1 - \rho^2)}{Pm} \right]}{\left[ \frac{2\sigma^2(1 - \rho)}{N|1 - (Pu)\rho|} \right]}$$

Como no estimador  $gb$ ,  $Nl = N2 = N$  e  $Pu = 1 - Pm$

$$\frac{\sigma_{gr}^2}{\sigma_{gb}^2} = \frac{\left[ \frac{\sigma^2}{N} (1 - \rho)^2 + \frac{(1 - \rho^2)}{Pm} \right]}{\frac{2\sigma^2}{N} \left[ \frac{1 - \rho}{1 - (1 - Pm)\rho} \right]}$$

$$\frac{\sigma_{gr}^2}{\sigma_{gb}^2} = \frac{\left[ (1 - \rho)^2 + \frac{(1 - \rho^2)}{Pm} \right]}{2 \left[ \frac{1 - \rho}{1 - \rho + Pm\rho} \right]}$$

Pontanto,

$$\text{Ef.Rel.}(gr/gb_{\text{cresc.}}) = \frac{\left[ (1 - \rho)^2 + \frac{(1 - \rho^2)}{Pm} \right]}{2 \left[ \frac{1 - \rho}{1 - \rho + Pm\rho} \right]} \quad (59)$$

### 3.10.5 EFICIÊNCIAS RELATIVAS DO ESTIMADOR $go$

#### 3.10.5.1 - Primeira e Segunda Ocasões

O estimador  $go$  é também um método de Inventários In

dependentes que engloba em sua estrutura amostras temporárias e permanentes. Porém, como as estimativas das médias da primeira e segunda ocasiões são obtidas independentemente, a equação (54) expressa a eficiência relativa em ambas as ocasiões.

### 3.10.5.2 - Crescimento

As variâncias das médias dos estimadores de crescimento  $g_b$  e  $g_o$  são dadas pelas equações (29) e (50), respectivamente.

$$\sigma_{g_b}^2 = \frac{2\sigma^2(1 - \rho)}{N|1 - (P_u)\rho|}$$

$$\sigma_{g_o}^2 = \{2\sigma^2|1 - (P_m)\rho|\}/N$$

Assim,

$$\frac{\sigma_{g_o}^2}{\sigma_{g_b}^2} = \frac{\frac{\{2\sigma^2|1 - (P_m)\rho|\}}{N}}{\frac{2\sigma^2(1 - \rho)}{N|1 - (P_u)\rho|}}$$

$$\frac{\sigma_{g_o}^2}{\sigma_{g_b}^2} = \frac{|1 - (\rho - P_u\rho)| |1 - (P_u)\rho|}{1 - \rho}$$

$$\frac{\sigma_{g_o}^2}{\sigma_{g_b}^2} = \frac{(1 - \rho + P_u\rho)(1 - P_u\rho)}{1 - \rho}$$

Portanto,

$$\text{Ef.Rel.}(g_o/g_{b_{\text{cresc.}}}) = \frac{(1 - \rho + P_u\rho)(1 - P_u\rho)}{1 - \rho} \quad (60)$$

### 3.10.6 EFICIÊNCIA RELATIVA DO ESTIMADOR $g_w$

#### 3.10.6.1 - Crescimento

As variâncias das médias dos estimadores de crescimento

to  $g_b$  e  $g_w$ , para as condições de tamanho de amostras e variâncias iguais, são dadas pela mesma equação. E assim, a eficiência relativa é igual a unidade.

### 3.11 EFEITO DA ESTRATIFICAÇÃO NAS ESTIMATIVAS DOS MÉTODOS DE INVENTÁRIOS SUCESSIVOS TESTADOS

O efeito da estratificação foi verificado, comparando-se as variâncias das médias das estimativas dos diferentes métodos obtidas através da amostra estratificada, com as variâncias das médias das estimativas correspondentes de cada método, obtidas a partir de uma amostra aleatória simples tomada na população.

Esta comparação exige tamanhos iguais da amostra estratificada e da aleatória simples. Para atender este requisito, determinou-se o número de parcelas necessárias para a amostra aleatória simples, admitindo-se um erro máximo de 10% em torno do volume médio estimado na primeira ocasião, e utilizou-se este mesmo número de parcelas para a amostra estratificada.

Deste modo, determinou-se a eficiência relativa das estimativas de cada método obtidas a partir da amostra aleatória simples, em relação às estimativas correspondentes obtidas da amostra estratificada.

### 3.12 INTERVALO DE TEMPO ENTRE DUAS MEDIÇÕES SUCESSIVAS

Conforme BICKFORD<sup>4</sup>, na ausência de desgaste, a correlação existente entre os volumes da primeira e segunda oca

siões permite ajustar uma equação de regressão para estimar, através das parcelas remedidas, o volume corrente a partir do volume inicial; e a eficiência das estimativas depende do grau de correlação existente entre as medições sucessivas. Este mesmo autor afirma ainda que a correlação deve decrescer com o aumento do intervalo de tempo entre duas medições.

No presente trabalho, tendo-se disponíveis quatro medições sucessivas no estrato A, ou seja, 1974, 1975, 1976 e 1977, procurou-se analisar a influência do intervalo de tempo decorrido entre duas medições, na precisão das estimativas dos diferentes métodos de inventário.

Deve-se salientar que, para a população de *Eucalyptus* spp. em estudo, quatro medições sucessivas é o máximo que se obtém, uma vez que aquela Empresa efetua corte raso nos povoamentos com a idade de 6 anos.

Nesta análise, aplicou-se inicialmente os métodos de inventários sucessivos para se obter as estimativas ao longo das quatro medições, de duas em duas ocasiões, com o intervalo de um ano, ou seja, 1974 e 1975; 1975 e 1976; 1976 e 1977. A seguir, aumentou-se o intervalo de tempo para dois anos e os métodos de inventário foram aplicados para as medições de 1974 (primeira ocasião) e 1976 (segunda ocasião). Finalmente, incrementou-se o intervalo de tempo para três anos e aplicou-se os mesmos métodos para as medições de 1974 (primeira ocasião) e 1977 (segunda ocasião).

Nas estimativas obtidas para os diferentes períodos e com três intervalos de tempo distintos; observou-se o comportamento do coeficiente de correlação, bem como a precisão das estimativas da primeira ocasião, segunda ocasião e cres

cimento, visando definir se o tempo ótimo decorrido entre duas medições é de 1,2 ou de 3 anos.



## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 ANÁLISE DE VARIÂNCIA DA ESTRATIFICAÇÃO

A partir das 45 unidades amostrais tomadas, aleatoriamente, em cada estrato (Quadro 02) procedeu-se a análise de variância, obtendo-se os seguintes resultados conforme mostra o Quadro 03.

QUADRO 03: Análise de variância dos volumes nos três estratos.

FONTES DE VARIAÇÃO	g.l.	S.Q.	Q.M.	F
ENTRE ESTRATOS	2	117.327,32	58.663,66	64,06**
DENTRO DOS ESTRATOS	132	120.884,12	915,79	
TOTAL	134	238.211,44		

O  $F_{cal.} = 64,06$ , maior que  $F_{tab_{0.05; 2,132}} = 3,07$  detecta diferença significativa entre as variâncias dos estratos, indicando a validade da estratificação efetuada.

### 4.2 TAMANHO DA AMOSTRA

O número de parcelas necessárias para estimar os parâmetros da população foi determinado através da amostragem

aleatória simples, a partir de uma amostra preliminar tomada na população.

Neste cálculo admitiu-se a ocorrência de um erro máximo de 10% em torno do volume médio estimado, com 95% de probabilidade.

A amostra preliminar, constituída de 20 parcelas, forneceu as seguintes estimativas:

$$a) \text{ Volume médio} = \bar{Y} = 91,60 \text{ m}^3/\text{ha}$$

$$b) \text{ Variância do volume} = S_y^2 = 1.140,53 \text{ m}^3/\text{ha}$$

A partir destas estimativas, o número de parcelas calculado resultou:

$$n = \frac{(2,093)^2 \cdot 1.140,53}{83,91}$$

$$n = 59,55 = 60 \text{ parcelas}$$

Ajustando-se o valor de n para 59 graus de liberdade, obteve-se:

$$n = \frac{(2,0)^2 \cdot 1.140,53}{83,91}$$

$$n = 54 \text{ parcelas}$$

A amostra estratificada foi tomada, também, com 54 parcelas, as quais foram distribuídas sobre os três estratos segundo a alocação ótima. Para esta distribuição tomou-se uma amostra prévia com 15 parcelas de cada estrato e preparou-se o Quadro 04 abaixo.

QUADRO 04: Proporção do número de parcelas de cada estrato segundo a alocação ótima.

ESTRATO	Nh	S <sup>2</sup> h	Sh	Nh.Sh.	Nh.Sh/ΣNh.Sh
A	1.582	1.668,24	40,84	64.608,88	0,4185
B	1.594	915,20	30,25	48.218,50	0,3124
C	1.626	652,78	25,55	41.544,30	0,2691
TOTAL	4.802			154.371,68	1,0000

Mediante as proporções calculadas, a distribuição das parcelas sobre cada estrato resultou:

$$n_A = 0,4185 \times 54 = 23$$

$$n_B = 0,3124 \times 54 = 16$$

$$n_C = 0,2691 \times 54 = 15$$

#### 4.3 FATOR DE FORMA UTILIZADO NO CÁLCULO DO VOLUME DAS PARCELAS

Para o cálculo do volume de cada unidade amostral, utilizou-se o fator de forma médio 0,488, resultante dos valores individuais das 180 árvores cubadas rigorosamente.

#### 4.4 COMPARAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DOS DIFERENTES MÉTODOS DE INVENTÁRIOS SUCESSIVOS OBTIDAS COM A POPULAÇÃO ESTRATIFICADA

Com o programa em anexo processou-se a amostra estratificada e obtêve-se os resultados apresentados no Quadro 05.

Neste processamento, considerando as condições citadas por WARE & CUNIA<sup>25</sup> de que , o tamanho das amostras e as variâncias da população devem ser iguais nas duas ocasiões para que se possa comparar as variâncias das médias dos diferentes métodos, efetuou-se dois processamentos para a obtenção das estimativas de cada estrato e as estimativas estratificadas. Isto porque, a partir de uma mesma amostra, é impossível obter as estimativas de todos os métodos com a mesma intensidade amostral. Em vista disso, no primeiro processamento foram obtidos os estimadores gb, gc, gr, go e gw que, a partir

QUADRO 05: Resultados obtidos para cada um dos métodos de inventários su

cessivos a partir da amostra estratificada.

TEMPO.(U)= 33  
PERNA.(M)= 21  
HOVAS (H)= 33

COEF.CORR. (R)= 0.9547

,VAR.1A.OCAS. 1083.74 53G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 1504.46 53GL  
FCAL. 0.72035 0.59900FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOLUMES MED.DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	
GB=Y-X	89.3	13.05	3.61	4.05	140.1	18.53	4.30	3.07	52.5	6.29	2.51	4.78
GC=Y-N	90.7	19.17	4.38	4.83	140.1	18.53	4.30	3.07	48.0	15.22	3.90	8.13
GM=YM-XM	90.7	19.46	4.41	4.86	138.0	36.29	6.02	4.37	47.3	2.09	1.45	3.06
GI=YN-XU	90.7	19.46	4.41	4.86	133.9	25.56	5.06	3.78	43.2	61.09	7.82	18.09
GR=YR-X	90.7	19.17	4.38	4.83	140.3	31.50	5.61	4.00	49.6	6.73	2.59	5.22
GO=Y-N	90.7	19.17	4.38	4.83	141.8	27.55	5.25	3.70	51.2	34.53	5.88	11.49
GW=(W)GI+(1-W)GM									52.5	6.29	2.51	4.78

de uma mesma amostra, resultam todos com igual intensidade amostral. O segundo processamento foi realizado para se obter apenas os estimadores  $g_m$  e  $g_i$ . Neste caso, a amostra utilizada na primeira ocasião para os estimadores  $g_b$ ,  $g_c$ ,  $g_r$ ,  $g_o$  e  $g_w$  era colocada em  $X_u$  e repetida em  $X_m$ ; na segunda ocasião, em  $Y_m$ , era colocada a amostra remedida de  $X_m$  e em  $Y_n$  uma amostra nova e independente de igual tamanho.

Com este procedimento, obtêve-se os resultados apresentados em anexo nos Quadros 15 e 16 para o estrato A, 17 e 18 para o estrato B, 19 e 20 para o estrato C e nos Quadros 21 e 22 encontram-se sumarizados os resultados estratificados de cada processamento.

Transpondo-se as estimativas estratificadas de  $g_m$  e  $g_i$  do Quadro 22 para o Quadro 21, resultou o Quadro 05, no qual as estimativas de todos os métodos de inventários sucessivos foram obtidos com o mesmo tamanho de amostra em ambas as ocasiões.

Neste Quadro são apresentados também o número de parcelas temporárias da primeira ocasião ( $u$ ) = 33, o número de parcelas permanentes da primeira e segunda ocasiões ( $m$ ) = 21 e o número de parcelas novas temporárias ( $n$ ) = 33. Estes números representam o somatório das parcelas correspondentes tomadas em cada estrato, totalizando 54 unidades amostrais em ambas as ocasiões.

A separação das unidades amostrais  $u$  e  $m$  na amostra da primeira ocasião foi efetuada de maneira a se obter uma proporção de unidades permanentes,  $P_m$ , próximo a 0,39 que corresponde ao valor indicado por WARE & CUNIA<sup>25</sup>, quando a correlação situa-se em torno de 0,95, considerando-se custos

iguais para as parcelas temporárias e permanentes. Tomou-se esta proporção porque não se tinha conhecimento algum dos custos de remedição das parcelas.

No Quadro 05, figuram ainda a estimativa ponderada do coeficiente de correlação ( $R$ ) = 0,9547, obtido a partir das parcelas remedidas ( $m$ ), e as variâncias ponderadas da primeira e segunda ocasiões.

O teste  $F$  aplicado sobre estas variâncias constata que o  $F_{cal} = 0,72035$  é maior que o valor bilateral do  $F_{tab_{0.05,53,53}} = 0,599$ , indicando não haver diferença significativa entre as variâncias, ao nível de 95% de probabilidade. Nestas condições, aceita-se a hipótese de nulidade, de que as variâncias são homogêneas.

A condição de homogeneidade de variâncias foi constatada também em todos os Quadros anteriormente referidos, onde os métodos de inventários sucessivos foram aplicados sobre cada estrato, individualmente.

Satisfeitas as condições de tamanhos de amostras e variâncias iguais nas duas ocasiões, procedeu-se a comparação de cada um dos métodos em relação a Amostragem com Repetição Parcial (estimador  $gb$ ), através de suas eficiências relativas, obtendo-se os seguintes resultados conforme mostra o Quadro 06.

QUADRO 06: Eficiências relativas dos estimadores de cada método de inventários sucessivos em relação a Amostragem com Repetição Parcial ( $gb$ ), para a população estratificada.

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO	SEGUNDA OCASIAO	CRESCIMENTO
gc	1,47	1,00	2,42
gm	1,49	1,96	0,33
gi	1,49	1,38	9,71
gr	1,47	1,70	1,07
go	1,47	1,70	1,07
gw	-	-	1,00

Analisando-se o Quadro 06, verifica-se que para a estimativa da média da primeira ocasião, o estimador gb (Amostragem com Repetição Parcial) é estatisticamente mais eficiiente que todos os demais estimadores. Para a estimativa da média da segunda ocasião, o estimador gc tem eficiência igual ao gb, uma vez que o estimador gc transforma-se em Amostragem com Repetição Parcial nesta ocasião. Porém, em relação aos demais estimadores, gb revela-se mais eficiente. Na estimativa do crescimento, o estimador gb apresenta-se mais efiiciente que os estimadores gc, gi, gr e go, tem eficiência igual ao estimador gw e é menos eficiente que o estimador gm (Inventário Florestal Contínuo).

Estes resultados concordam com as citações de WARE & CUNIA<sup>25</sup>, CUNIA<sup>10</sup> e com os obtidos por RIBEIRO<sup>22</sup>, trabalhando com os estimadores gm, gr e go em relação a gb, com uma amostra aleatória simples.

Considerando-se que, na condição de homogeneidade de variâncias na primeira e segunda ocasiões, a eficiência relativa dos diferentes métodos em relação a Amostragem com Repetição Parcial torna-se uma função da proporção de unidades permanentes Pm (ou Pu, uma vez que  $Pu = 1 - Pm$ ), elaborou-se as Figuras (01) a (07) apresentadas em anexo, a partir das expressões constantes no item 3.10. Estas figuras elucidam o comportamento da eficiência relativa de cada método em relação a Amostragem com Repetição Parcial, nas estimativas da primeira e segunda ocasiões e do crescimento, a medida que variam Pm (ou Pu) e R.

#### 4.5 EFEITO DA ESTRATIFICAÇÃO NAS ESTIMATIVAS DOS MÉTODOS DE INVENTÁRIOS SUCESSIVOS TESTADOS

Das 135 unidades amostrais disponíveis no Quadro 02, tomou-se uma amostra totalmente aleatória constituída de 54 parcelas em ambas as ocasiões, com um  $P_m = 0,39$ , a semelhança do que fora feito na estruturação da amostra estratificada; e aplicou-se ao programa em anexo, obtendo-se os resultados mostrados no Quadro 07.

Para se obter este Quadro com o tamanho de amostras iguais em todos os métodos, foi, também necessário realizar dois processamentos, obtendo-se os estimadores  $g_b$ ,  $g_c$ ,  $g_r$ ,  $g_o$  e  $g_w$  inicialmente, e após os estimadores  $g_m$  e  $g_i$ , como podem ser vistos nos Quadros 23 e 24 do anexo.

No Quadro 07 observa-se também que fora satisfeita a condição de homogeneidade das variâncias da primeira e segunda ocasiões, uma vez que o  $F$  calculado resultou maior que o  $F$  tabelar bilateral.

Nestas condições, os resultados do Quadro 07 comparados com aqueles do Quadro 05 fornecem as eficiências relativas da amostragem aleatória simples em relação a amostragem estratificada, para cada um dos métodos de inventários sucessivos. Estes resultados indicam o efeito da estratificação nas estimativas de cada método, e são apresentados no Quadro 08.



QUADRO 07: Resultados obtidos para cada um dos métodos de inventários sucessivos a partir da amostra aleatória.

TEMPO (U)= 33  
PERMA (M)= 21  
NOVAS (N)= 33

COEF. CORR. (R) = 0.9614

VAR. 1A. OCAS. 1684.00 53G.L.  
VAR. 2A. OCAS. 2336.94 53GL

FCAL. 0.72060 0.59900FTAB.05

# ESTIMATIVAS DOS VOL. MEDIOS DA 1A. OCAS., 2A. OCAS. E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %		MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %		MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %	
GB=Y-X	82.7	20.72	4.55	5.50	132.7	28.76	5.36	4.04	49.1	8.09	2.84	5.79
GC=Y-X	84.0	30.37	5.51	6.56	132.7	28.76	5.36	4.04	49.8	22.61	4.76	9.56
GM=YM-XM	84.0	31.19	5.58	6.65	130.8	44.67	6.68	5.11	46.8	3.80	1.95	4.16
GI=YN-XU	84.0	31.19	5.58	6.65	132.3	45.39	6.74	5.09	48.3	89.23	9.45	19.56
GR=YR-X	84.0	30.37	5.51	6.56	137.2	48.42	6.96	5.07	53.1	8.48	2.91	5.48
GO=Y-X	84.0	30.37	5.51	6.56	128.6	43.70	6.61	5.14	44.5	54.19	7.36	16.53
GW=(W)GI+(1-W)GM									49.1	8.09	2.84	5.79

QUADRO 08: Efeito da estratificação nas estimativas dos métodos de inventários sucessivos.

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIÃO	SEGUNDA OCASIÃO	CRESCIMENTO
gb	1,59	1,55	1,29
gc	1,58	1,55	1,49
gm	1,60	1,23	1,47
gi	1,60	1,78	1,46
gr	1,58	1,54	1,26
go	1,58	1,59	1,57
gw	-	-	1,29

Os resultados do Quadro 08 mostram que todos os métodos de inventários sucessivos testados tornam-se mais eficientes, tanto nas estimativas da primeira e segunda ocasiões, como na estimativa do crescimento, com a população estratificada.

#### 4.6 INTERVALO DE TEMPO ENTRE DUAS MEDIÇÕES SUCESSIVAS

Esta análise foi efetuada sobre o estrato A, utilizando-se as 45 parcelas disponíveis.

A amostra foi estruturada com 15 parcelas temporárias na primeira ocasião (u), 15 parcelas permanentes (m) e 15 parcelas novas temporárias na segunda ocasião (n). Com esta estrutura não se tem o mesmo tamanho de amostra para todos os métodos, uma vez que os estimadores gm e gi recebem somente a metade do número de parcelas dos demais estimadores. Este fato não tem qualquer importância neste caso, porque os métodos não são comparados entre si, interessando apenas o comportamento de cada um deles em diferentes intervalos de tempo.

A amostra assim estruturada foi, inicialmente, submetida ao programa para se obter as estimativas de cada método ao longo do período 1974 a 1977, de duas em duas ocasiões, com o intervalo de um ano entre as medições, ou seja, 1974 e 1975, 1975 e 1976, 1976 e 1977. Os resultados obtidos em cada um destes períodos são apresentados nos Quadros 09, 10 e 11, respectivamente.

Para se obter estes resultados de forma que as amostras  $\underline{u}$  e  $\underline{n}$  fossem sempre independentes em cada período, a amostra  $\underline{n}$  da segunda ocasião do período anterior figurava como  $\underline{u}$  na primeira ocasião do período seguinte.

Analizando-se os resultados dos Quadros 09, 10 e 11, constata-se que o coeficiente de correlação (R) aumentou do primeiro para o segundo período passando de 0,9242 em 1974-1975 para 0,9617 em 1975-1976; mantendo-se praticamente constante no período seguinte, 1976-1977. Observa-se também, que as variâncias da primeira e segunda ocasiões resultaram heterogêneas nos dois primeiros períodos, atingindo, entretanto, a homogeneidade no terceiro período.

Com respeito a estimativa da média da primeira ocasião, observa-se que todos os métodos aumentaram sua precisão no segundo período, vindo a diminuir no terceiro período, embora mantenham-se ainda mais precisas que no primeiro.

O inverso verifica-se nas estimativas das médias da segunda ocasião e do crescimento em que, de um modo geral, todos os métodos diminuem sua precisão no segundo período em relação ao primeiro, voltando a aumentar sensivelmente no último período. A exceção desta tendência é observada na Dupla Amostragem (estimador gr) que, por utilizar estimativa de  $\underline{re}$

QUADRO 09: Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1974-1975.

TEMPO (U)= 15  
PERMA (M)= 15  
NOVAS (N)= 15

COEF. CORR. (R) = 0.9242

,VAR.1A.OCAS. 289.40 296.L  
,VAR.2A.OCAS. 648.41 296L

FCAL. 0.44478 0.48300FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL. MEDIOS DA 1A.OCAS., 2A.OCAS. E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %		MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %		MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %	
GB=Y-X	41.3	7.00	2.65	6.40	89.6	15.75	3.97	4.43	47.8	5.81	2.41	5.04
GC=Y-X	39.8	9.84	3.14	7.89	89.6	15.75	3.97	4.43	49.9	8.42	2.90	5.81
GN=YM-XM	41.6	15.69	3.96	9.53	88.2	41.12	6.41	7.27	46.7	9.17	3.03	6.49
GI=YN-XU	38.0	23.69	4.87	12.81	96.5	45.97	6.78	7.03	58.5	62.45	7.90	13.51
GR=YR-X	39.8	9.84	3.14	7.89	85.6	24.77	4.98	5.82	45.8	7.74	2.78	6.07
GO=Y-X	39.8	9.84	3.14	7.89	92.4	21.77	4.67	5.05	52.6	17.91	4.23	8.05
GW=(W)GI+(1-W)GM									48.2	7.99	2.83	5.87

QUADRO 10: Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1975-1976.

TEMPO (U)= 15  
PERNA (N)= 15  
NOVAS (H)= 15

COEF. CORR. (R) = 0.9617

VAR. 1A. OCAS. 648.41 296.L  
VAR. 2A. OCAS. 1418.19 296L

FCAL. 0.45721 0.48300FTAB.05.

ESTIMATIVAS DOS VOL. MEDIOS DA 1A. OCAS., 2A. OCAS. E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %		MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %		MEDIA V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %	
GB=Y-X	90.9	15.11	3.89	4.28	121.1	33.06	5.75	4.75	30.3	8.18	2.86	9.45
GC=Y-X	92.4	21.77	4.67	5.05	121.1	33.06	5.75	4.75	28.8	14.68	3.83	13.32
GM=YM-XM	88.2	41.12	6.41	7.27	117.9	86.57	9.30	7.89	29.6	14.81	3.85	12.99
GI=YN-XU	96.5	45.97	6.78	7.03	116.3	109.19	10.45	8.99	19.8	137.77	11.74	59.40
GR=YR-X	92.4	21.77	4.67	5.05	123.6	50.83	7.13	5.77	31.3	10.96	3.31	10.59
GO=Y-X	92.4	21.77	4.67	5.05	117.1	48.94	7.00	5.98	24.7	38.15	6.18	25.01
GW=(U)GI+(1-U)GM									28.7	13.38	3.66	12.76

QUADRO 11: Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1976-1977.

TEMPO (U)= 15  
PERMA (M)= 15  
NOVAS (N)= 15

COEF. CORR. (R) = 0.9563

,VAR. 1A. OCAS. 1418.19 296.L.  
,VAR. 2A. OCAS. 2465.09 296L

FCAL. 0.57531 0.48300FTAB.05

# ESTIMATIVAS DOS VOL. MEDIOS DA 1A. OCAS., 2A. OCAS. E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %	MEDIA	V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %	MEDIA	V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %
GB=Y-X	119.7	33.26	5.77	4.82	162.3	57.91	7.60	4.69	40.8	13.75	3.71	9.09
GC=Y-X	117.1	48.94	7.00	5.98	162.3	57.91	7.60	4.69	45.0	38.10	6.17	13.71
GN=YM-XM	117.9	86.57	9.30	7.89	158.0	154.24	12.42	7.86	40.1	14.35	3.79	9.44
GI=YH-XU	116.3	109.19	10.45	8.99	171.5	179.65	13.40	7.81	55.2	328.68	18.13	32.82
GR=YR-X'	117.1	48.94	7.00	5.98	157.0	89.19	9.44	6.02	39.9	14.19	3.77	9.44
GD=Y-N	117.1	48.94	7.00	5.98	164.8	83.47	9.14	5.55	47.7	85.76	9.26	19.42
GW=(U)GI+(1-U)GM									40.8	13.75	3.71	9.09

gressão na segunda ocasião, aumentou a precisão da estimativa da média nesta ocasião, devido ao maior coeficiente de correlação verificado neste período, porém isto não traduziu uma melhoria na estimativa do crescimento.

A seguir, as amostras foram preparadas incrementando-se o intervalo entre medições para 2 e 3 anos, ou seja, considerando-se os períodos 1974-1976 e 1974-1977. Os resultados obtidos para os diferentes métodos nestes dois períodos, encontram-se sumarizados nos Quadros 12 e 13 respectivamente.

Observando-se agora os Quadros 09, 12 e 13, depara-se com as estimativas de todos os métodos obtidos com os intervalos de tempo de 1, 2 e 3 anos, respectivamente, entre a primeira e a segunda medição.

Nestes Quadros, constata-se que o coeficiente de correlação (R) aumentou no período com o intervalo de 2 anos, passando de 0,9242 no período 1974-1975, para 0,9390 no período 1974-1976, e decaiu para 0,8963 no período 1974-1977. Esta tendência dos resultados concorda com as afirmações de de BICKFORD<sup>4</sup>.

Os resultados destes Quadros mostram também que as variâncias das duas ocasiões, foram heterogêneas.

No que se refere a estimativa da média da primeira ocasião, apenas a Amostragem com Repetição Parcial (gb) altera a estimativa, porque utiliza as amostras da segunda ocasião, através de regressão, para estimar a média da primeira ocasião. E devido ao aumento da correlação no período 1974-1976, esta estimativa resultou mais precisa. Por outro lado, a estimativa da média da segunda ocasião em todos os métodos, de maneira geral, diminuem sua precisão quando o período en

QUADRO 12: Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1974-1976.

TEMPO (U)= 15  
PERNA (M)= 15  
NOVAS (N)= 15

COEF. CORR. (R) = 0.9390

VAR. 1A. OCAS. 288.40 29G.L.  
VAR. 2A. OCAS. 1322.61 29GL

FCAL. 0.21805 0.48300FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL. MEDIOS DA 1A. OCAS., 2A. OCAS. E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V. MED.	ER. P.	ER. PAD.	MEDIA	V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %	MEDIA	V. MED.	ER. P.	ER. PAD. %
GB=Y-X	41.4	6.90	2.63	6.34	121.6	31.62	5.62	4.63	79.1	13.72	3.70	4.69
GC=Y-X	39.8	9.84	3.14	7.89	121.6	31.62	5.62	4.63	82.0	16.44	4.05	4.94
GM=YM-XM	41.6	15.69	3.96	9.53	117.9	86.57	9.30	7.89	76.3	30.08	5.48	7.19
GI=YN-XU	39.0	23.69	4.87	12.91	135.2	85.34	9.24	6.83	97.2	107.40	10.36	10.66
GR=YR-X	39.8	9.84	3.14	7.89	113.9	49.30	7.02	6.16	74.2	20.26	4.50	6.07
GO=Y-X	39.8	9.84	3.14	7.89	126.5	42.98	6.56	5.19	86.7	34.37	5.86	6.76
GU=(N)GI+(1-U)GM									80.9	23.50	4.85	5.99



QUADRO 13: Estimativas de cada método de inventário obtidos no estrato A, para o período 1974-1977.

TEMPO (U)= 15  
PERNA (N)= 15  
NOVAS (N)= 15

COEF. CORR. (R) = 0.8963

,VAR.1A.OCAS. 289.40 29G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 1991.04 29GL

FCAL. 0.14485 0.48300FTAB.05

# ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS., 2A.OCAS. E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	
GB=Y-X	40.9	7.20	2.68	6.56	161.2	49.69	7.05	4.37	119.4	28.56	5.34	4.47
GC=Y-X	39.8	9.84	3.14	7.89	161.2	49.69	7.05	4.37	121.9	30.97	5.57	4.57
GM=YM-XM	41.6	15.69	3.96	9.53	159.0	154.24	12.42	7.86	116.4	61.40	7.84	6.73
GI=YN-XU	38.0	23.69	4.87	12.81	174.8	110.67	10.52	6.02	136.8	151.96	12.33	9.01
GR=YR-X	39.8	9.84	3.14	7.89	153.0	79.42	8.91	5.82	113.2	43.75	6.61	5.84
GO=Y-X	39.8	9.84	3.14	7.89	166.4	66.23	8.14	4.89	126.6	53.34	7.30	5.77
GW=(W)GI+(1-W)GM									122.3	43.73	6.61	5.41

tre medições é aumentado de um para dois anos, voltando a aumentar no período de três anos. Esta mesma tendência foi verificada na precisão desta estimativa com o intervalo de um ano entre medições.

Finalmente, na estimativa do crescimento, observou-se um fato da maior importância: a medida que se aumentou o intervalo de tempo entre duas medições sucessivas, todos os métodos de inventário tenderam a aumentar a precisão da estimativa do crescimento.

A razão provável deste fato, é que, a medida que o povoamento vai crescendo, as árvores dominadas vão sendo desvitalizadas, diminuindo a variabilidade interna e em consequência, tornando a variância volumétrica mais homogênea.

Visando comprovar este resultado, comparou-se os crescimentos estimados para os períodos de 2 e 3 anos de intervalo entre medições, (Quadros 12 e 13) com a somatória dos crescimentos estimados nos mesmos períodos, com o intervalo de 1 ano (Quadros 09, 10 e 11), e determinou-se as diferenças resultantes para cada método. Os resultados obtidos encontram-se no Quadro 14.

QUADRO 14: Comparação das estimativas de crescimento obtidas para os períodos de 2 e 3 anos entre duas medições, com a somatória dos crescimentos estimados nos mesmos períodos com o intervalo de 1 ano entre as medições.

C R E S C I M E N T O S   E S T I M A D O S						
ESTIMADOR	PERÍODO 1974 a 1976			PERÍODO 1974 a 1977		
	INTERVALO ENTRE MEDIÇÕES			INTERVALO ENTRE MEDIÇÕES		
	2 ANOS	1 ANO	DIFERENÇA	3 ANOS	1 ANO	DIFERENÇA
gb	79,1	78,1	1,0	119,4	118,9	0,5
gc	82,0	78,7	3,3	121,9	123,7	-1,8
gm	76,3	76,3	0,0	116,4	116,4	0,0
gi	97,2	78,3	18,9	136,8	133,5	3,3
gr	74,2	77,1	-2,9	113,2	117,0	3,8
go	86,7	77,3	9,4	126,6	125,0	1,6
gw	80,9	76,9	4,0	122,3	117,7	4,6

Os resultados do Quadro 14 mostram que, em relação ao somatório dos crescimentos correntes obtidos em cada período, as diferenças dos crescimentos estimados no período de 1974 a 1977 com o intervalo de 3 anos entre medições, são menores que as diferenças estimadas no período 1974 a 1976 com o intervalo de 2 anos. Verifica-se apenas duas exceções, que são os estimadores gr e gw.

Considerando-se a somatória das estimativas do crescimento corrente como padrão, ou seja a melhor estimativa do valor real, confirma-se que com o intervalo de 3 anos entre duas medições sucessivas obtém-se maior precisão na estimativa do crescimento periódico.

## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Diante dos resultados obtidos neste trabalho, para os povoamentos de *Eucalyptus* spp. na região de Lençóis Paulista - São Paulo, conclui-se:

a) Para a população estratificada, a Amostragem com Repetição Parcial (gb) foi o método de inventários florestais sucessivos, estatisticamente mais eficiente para as estimativas das médias volumétricas da primeira e segunda ocasiões; para o crescimento, entretanto, o Inventário Florestal Contínuo (gm) resultou superior a Amostragem com Repetição Parcial.

No que se refere ao limite de erro, estabelecido em um máximo de 10% em torno do volume médio estimado na primeira ocasião, apenas os Inventários Independentes (gi e go) não satisfazem esta expectativa para o crescimento. Dos demais, a Amostragem com Repetição Parcial (gb e gc), o Inventário Florestal Contínuo (gm) e a Dupla Amostragem (gr), qualquer um destes métodos poderá ser usado para este limite de precisão. Para a estimativa do crescimento somente, o gw (estimador de crescimento obtido pela ponderação de gm e gi) enquadra-se nesta afirmação.

Considerando entretanto, que os inventários florestais sucessivos são estruturados a partir da amostra da primeira ocasião, e que, de acordo com o Quadro 06, nesta estimativa

a Amostragem com Repetição Parcial (gb) resulta, no mínimo, 47% mais eficiente que todos os demais métodos, é evidente que para a mesma precisão, todos os outros métodos necessitam, pelo menos, 47% mais unidades amostrais que a Amostragem com Repetição Parcial. Em consequência disso, seus custos serão também maiores.

Além disso, dentre as três estimativas principais de um inventário sucessivo em duas ocasiões, a Amostragem com Repetição Parcial (gb) estima duas delas (estoques da primeira e segunda ocasiões) com o menor custo para a mesma precisão, o que representa duas vantagens contra uma. Levando-se ainda em consideração a versatilidade do método, diante de eventual exigência de maior precisão nas estimativas ou mesmo devido a perda de unidades amostrais no campo, pode-se contornar estas situações, tomando-se outras unidades amostrais novas (n).

Por estas razões, a aplicação da Amostragem com Repetição Parcial torna-se mais vantajosa que os demais métodos testados.

b) A estratificação da população (desde que seja estatisticamente válida) aumenta a precisão das estimativas de todos os métodos de inventários sucessivos testados. Diante disso, recomenda-se que o método de inventário sucessivo adotado seja aplicado com a população estratificada, sempre que possível.

c) Estatisticamente, o intervalo de tempo ótimo entre duas medições sucessivas, para a população em estudo, é de 3 anos. Isto porque com este intervalo, apenas a Amostragem

gem com Repetição Parcial(gb) sofre um pequeno decréscimo de precisão na estimativa da primeira ocasião. Já a estimativa da média da segunda ocasião, acompanha a mesma tendência de precisão verificada nos períodos com o intervalo de um ano entre medições. Porém, a estimativa do crescimento, atinge a maior precisão com o intervalo de 3 anos entre medições.

Deve-se considerar entretanto, que o intervalo de tempo entre duas medições deverá ser definido de acordo com a necessidade das informações. E assim, a aplicação de intervalos de 1 a 3 anos resultam estimativas satisfatórias para os métodos de inventários sucessivos recomendados.

## 6. RESUMO

O presente trabalho de pesquisa tem como principais objetivos comparar os métodos de inventários florestais sucessivos Independentes, Inventário Florestal Contínuo, e Dupla Amostragem, em relação a Amostragem com Repetição Parcial, analisar o efeito da estratificação na precisão das estimativas das médias volumétricas da primeira e segunda ocasiões e do crescimento, em cada um dos métodos; determinar o intervalo de tempo ótimo decorrido entre duas medições sucessivas.

Os dados utilizados são provenientes de um Inventário Florestal Contínuo aplicado em uma população de *Eucalyptus* spp. estratificada por idade, localizada no município de Lençóis Paulista, Estado de São Paulo.

A comparação de cada método de inventário com a Amostragem com Repetição Parcial, bem como o efeito da estratificação na precisão das estimativas de cada método, foi feita através das eficiências relativas de seus estimadores. No estudo do intervalo de tempo ótimo entre duas medições, os métodos de inventários foram aplicados aos dados de quatro medições sucessivas, com os intervalos de 1, 2 e 3 anos entre a primeira e a segunda medição. Os resultados obtidos para cada método em cada intervalo foram comparados entre si, e observou-se o comportamento do coeficiente de correlação.

A análise dos resultados permitiu concluir que: para a população estudada, a aplicação da Amostragem com Repetição Parcial foi mais vantajosa; a estratificação da população aumentou a precisão das estimativas de todos os métodos de inventários; o intervalo de tempo ótimo entre duas medições sucessivas foi de 3 anos.



## SUMMARY

The main objectives of this research are: to compare the methods of Independent Successive Forest Inventories, Continuous Forest Inventories and Double Sampling with the Sampling with Partial Replacement; to test the effect of the stratification on the precision of the estimates of the volumetric averages of the first and the second occasions, and on the precision of the growth for each one of the methods; to determine the optimum interval of time between two successive measurements.

The used data came from a *Eucalyptus* spp plantation estratified by age, located in the county of Lençóis Paulista in the State of São Paulo. The stands were measured every year from age 2 up to age 6.

The comparison of each inventory method with the Sampling with Partial Replacement, as well as the effect of the stratification on the precision of the estimates of each method, was carried out by using the relative efficiencies of their estimators. To study the optimum interval of time between measurements, these inventory methods were applied to the data from four successive measurements. The intervals of time between the first and the second measurement were 1, 2 and 3 years. The obtained results for each method for intervals of 1, 2 and 3 years were compared.

Analysis of results for the studied population allowed to conclude that: the application of the Sampling with Partial Replacement was more advantageous; the stratification of the population increased the precision of the estimates for every tested inventory method; the best interval of time between two successive measurements was 3 years.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALMEIDA, F.F.M.de. Fundamentos geológicos do relevo paulista. B.Inst.Geogr.Geol., São Paulo, (41): 167-262, 1964.
2. BICKFORD, C.A. Proposed design for continuous forest inventory: a sistem of perpetual Forest Survey for the Northeast. Cumberland Falls, Ky. U.S.For. Service Eastern Techniques Meeting Forest Survey, 1956. p.8-13.
3. \_\_\_\_\_. A test of continuous inventory for National Forest Management based upon aerial photographs, double sampling and remeasured plots. Soc.Amer.For.Proceed. 1959. p. 143-148, 1959.
4. \_\_\_\_\_. On sucessive forest inventories. Proc. Society of American Foresters, 1963. p. 25-30.
5. \_\_\_\_\_.; MAYER, C.E. & WARE, K. D. An efficient sampling design for forest inventory: the Norhteastern Forest Resurvey. J.For., 61(11): 826-833, 1963.
6. COCHRAN, W.G. Técnicas de Amostragem. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1963. 555 p.
7. COMISSÃO INTERESTADUAL DA BACIA PARANÁ - URUGUAI. Solos da Bacia Paraná-Uruguaí. São Paulo, 1961. 168 p.
8. CUNIA, T. Continuous forest inventory, partial replacement of samples and multiple regression. Forest Sci, (4): 480-520. 1965.
9. \_\_\_\_\_. & CHEVROU, R.B. Sampling with partial replacement on three or more occasions. Forest Sci., 1969 p.204-224.
10. CUNIA, T. Indenpendent versus dependent sucessive measurements. Syracuse, 1974. 18 p.
11. \_\_\_\_\_. Statistical advances in the methodology of forest inventory. In: IUFRO WORLD CONGRESS, 6., Stokolm. Proceedings. 1976. p. 128-39.
12. ESPÍNDOLA, C.R.; TOSIN, W.C. & PACCOLA, A.A. Levantamen to pedológico da fazenda experimental São Manuel. In:

CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS DO SOLO, 14., Santa Maria, 1973. Anais do. 1973.

13. FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION: Manual de inventário florestal con especial referencia a los bosques mixtos tropicales. Roma, 1974. 195 p.
14. FRAYER, W.E. Weighted regression in successive forest inventories. Forest Sci., (12): 464-72, 1966.
15. \_\_\_\_\_.; FURNIVAL, G.M. Area change estimates from sampling with partial replacement. For.Sci., 13(1):72-7, 1967.
16. GOMES, F.P. Iniciação à estatística. 5.ed. Piracicaba, Nobel, 1976.
17. HUSCH, B.; MILLER, C.I. & BEERS, T.W. Forest mensuration. 2.ed. New York, Ronald Press, 1971. 410 p.
18. MONIZ, A.C. & CARVALHO, A. Mineralogia do solo. In: Elementos de pedologia. São Paulo, Polígono, 1972. p. 391-408.
19. MONTEIRO, C.A.F. In: BRASIL. Conselho Nacional de Geografia. Geografia do Brasil. Grande região sul. Rio de Janeiro, 1963. 215 p.
20. NEWTON, C.M.; CUNIA, T. & BICKFORD, O.H. Multivariâte estimators for sampling with partial replacement on two occasions. Forest Sci. (20): 106-116, 1974.
21. OLIVEIRA, A.I. de & LEONARDOS, O.H. Geologia do Brasil. Ministério da Agricultura. Serviço de Informação Agrícola. Série didática 2, 2.ed. Rio de Janeiro, 1943.
22. RIBEIRO, J.C. Análise da amostragem com Repetição parcial em relação a outros procedimentos de inventários florestais sucessivos. Curitiba, Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, 1978. 99 p. (Tese de Mestrado).
23. RIO DE JANEIRO. Ministério da Agricultura. Atlas climático. 1969
24. YAMANE, T. Estatística. México, Harla, 1974. 573 p.
25. WARE, K.D. & CUNIA, T. Continuous forest inventory with partial replacement of samples. For.Sci. Monograph, 3, 1962. 50 p.

## A P P E N D I C E

QUADRO 15: Resultados obtidos para os estimadores gb,, gc, gr, go e gw no estrato A.

TEMPO (U)= 14  
PERMA (M)= 9  
NOVAS (N)= 14

COEF. CORR. (R) = 0.9290

,VAR.1A.OCAS. 1620.94 22G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 2171.87 22GL

FCAL. 0.74633 0.44000FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%
GB=Y-X	124.4	49.18	7.01	5.64	166.9	65.89	8.12	4.87	45.0	30.86	5.56	12.33
GC=Y-X	127.6	67.13	8.19	6.42	166.9	65.89	8.12	4.87	38.0	59.40	7.71	20.26
GM=YN-XM	142.1	134.29	11.59	8.15	187.9	239.22	15.47	8.23	45.8	34.27	5.85	12.79
GI=YN-XU	118.3	125.70	11.21	9.48	156.6	138.49	11.77	7.51	28.4	310.27	17.61	45.91
GR=YR-X	127.6	67.13	8.19	6.42	169.9	114.55	10.70	6.30	42.3	33.53	5.79	13.69
GO=Y-X	127.6	67.13	8.19	6.42	168.9	97.94	9.38	5.55	41.3	120.20	10.96	26.57
GW=(U)GI+(1-U)GM									45.0	30.86	5.56	12.33

QUADRO 16: Resultados obtidos para os estimadores gm e gi no estrato A.

TEMPO (U)= 23  
PERMA (M)= 23  
NOVAS (N)= 23

COEF.CORR. (R) = 0.9474

,VAR.1A.OCAS. 1584.91 45G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 2303.46 45GL

FCAL. 0.68806 0.55600FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	
GB=Y-X	124.2	24.49	4.95	3.98	162.5	35.59	5.97	3.67	39.8	10.01	3.16	7.95
GC=Y-X	127.6	35.24	5.94	4.65	162.5	35.59	5.97	3.67	34.9	24.50	4.95	14.19
GM=YM-XM	127.6	70.48	8.39	6.58	168.2	109.46	10.46	6.22	40.6	10.54	3.25	8.00
GI=YH-XU	127.6	70.48	8.39	6.58	152.1	89.55	9.46	6.22	24.5	200.30	14.15	57.67
GR=YR-X	127.6	35.24	5.94	4.65	168.2	55.21	7.43	4.42	40.6	10.40	3.22	7.95
GO=Y-X	127.6	35.24	5.94	4.65	160.2	49.75	7.05	4.40	32.6	52.71	7.26	22.29
GW=(U)GI+(1-W)GM									39.8	10.01	3.16	7.95

QUADRO 17: Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw no estra  
to B.

TEMPO (U)= 10  
PERNA (M)= 6  
NOVAS (N)= 10

COEF. CORR. (R) = 0.9832

,VAR.1A.OCAS. 990.21 15G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 981.47 15G.L.

FCAL. 1.00891 0.35000FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS., 2A.OCAS. E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%
GB=Y-X	86.3	39.36	6.27	7.27	142.0	39.01	6.25	4.40	55.7	5.33	2.31	4.14
GC=Y-X	88.4	65.54	8.10	9.15	142.0	39.01	6.25	4.40	53.6	27.66	5.26	9.81
GM=YM-XM	91.9	149.64	12.23	13.32	147.7	261.65	16.18	10.95	55.8	5.48	2.34	4.19
GI=YN-XU	86.4	113.90	10.67	12.36	138.6	72.87	9.54	6.16	52.2	196.29	14.01	26.85
GR=YR-X	88.4	65.54	8.10	9.15	143.2	64.74	8.05	5.62	54.8	5.45	2.33	4.26
GO=Y-X	88.4	65.54	8.10	9.15	142.0	65.26	9.08	5.69	53.6	77.45	8.80	16.43
GW=(U)GI+(1-U)GM									55.7	5.33	2.31	4.14



QUADRO 18: Resultados obtidos para os estimadores gm e gi no estrato B.

TEMPO (U)= 16  
PERMA (M)= 16  
NOVAS (N)= 16

COEF. CORR. (R) = 0.9897

,VAR.1A.OCAS. 958.25 31G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 1572.19 31GL

FCAL. 0.60950 0.49800FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO.

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%
GB=Y-X	90.3	20.23	4.50	4.98	144.5	33.20	5.76	3.99	53.0	1.99	1.41	2.66
GC=Y-X	88.4	30.94	5.56	6.29	144.5	33.20	5.76	3.99	56.1	17.93	4.23	7.55
GM=YM-XM	88.4	61.89	7.87	8.90	141.4	123.98	11.13	7.88	52.9	2.02	1.42	2.68
GI=YN-XU	88.4	61.89	7.87	8.90	150.8	76.14	8.73	5.79	62.4	196.52	14.02	22.48
GR=YR-X	88.4	30.94	5.56	6.29	141.4	50.13	7.08	5.01	52.9	2.01	1.42	2.68
GO=Y-X	88.4	30.94	5.56	6.29	146.1	50.03	7.07	4.84	57.6	49.63	7.05	12.22
GW=(W)GI+(1-W)GM									53.0	1.99	1.41	2.66

QUADRO 19: Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw no estrato C.

TEMPO (U)= 9  
PERMA (M)= 6  
NOVAS (N)= 9

COEF. CORR. (R) = 0.9517

,VAR.1A.OCAS. 652.78 146.L.  
,VAR.2A.OCAS. 1367.81 146L

FCAL. 0.47724 0.33900FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%
GB=Y-X	58.1	29.48	5.43	9.34	112.0	61.78	7.86	7.01	56.7	20.54	4.53	8.00
GC=Y-X	57.0	40.66	6.38	11.19	112.0	61.78	7.86	7.01	52.2	49.95	7.07	13.54
GM=YM-XM	69.3	132.47	11.51	16.86	124.7	293.60	17.13	13.74	56.4	22.03	4.69	8.32
GI=YH-XU	49.5	54.06	7.35	14.86	109.2	131.63	11.47	10.50	59.7	303.96	17.43	29.18
GR=YR-X'	57.0	40.66	6.38	11.19	108.7	104.09	10.20	9.38	51.7	21.71	4.66	9.01
GO=Y-W	57.0	40.66	6.38	11.19	115.4	94.36	9.71	8.42	58.4	112.95	10.63	18.19
GU=(N)GI+(1-W)GM									56.7	20.54	4.53	8.00

QUADRO 20: Resultados obtidos para os estimadores gm e gi no estrato C.

TEMPO (U)= 15  
PERMA (M)= 15  
NOVAS (N)= 15

COEF.CORR. (R) = 0.9590

,VAR.1A.OCAS. 630.25 29G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 1157.42 29GL

FCAL. 0.54453 0.48300FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%
GB=Y-X	56.0	14.74	3.84	6.85	103.3	27.06	5.20	5.04	48.0	6.07	2.46	5.13
GC=Y-X	57.0	21.76	4.66	8.18	103.3	27.06	5.20	5.04	46.3	17.59	4.19	9.07
GM=YM-XM	57.0	43.52	6.60	11.57	105.2	93.75	9.68	9.20	48.2	6.32	2.51	5.21
GI=YN-XU	57.0	43.52	6.60	11.57	99.6	64.96	8.06	8.09	42.6	154.32	12.42	29.15
GR=YR-X	57.0	21.76	4.66	8.18	105.2	41.68	6.46	6.14	48.2	6.26	2.50	5.19
GO=Y-X	57.0	21.76	4.66	8.18	102.4	39.68	6.30	6.15	45.4	40.16	6.34	13.95
GW=(W)GI+(1-W)GM									48.0	6.07	2.46	5.13

QUADRO 21: Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw a partir

TEMPO.(U)= 33 da amostra estratificada.  
 PERMA.(M)= 21  
 NOVAS (N)= 33

COEF. CORR. (R)= 0.9547

,VAR.1A.OCAS. 1083.74 53G.L.  
 ,VAR.2A.OCAS. 1504.46 53GL  
 FCAL. 0.72035 0.59900FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOLUMES MED.DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%
GB=Y-X	89.3	13.05	3.61	4.05	140.1	18.53	4.30	3.07	52.5	6.29	2.51	4.78
GC=Y-X	90.7	19.17	4.38	4.83	140.1	18.53	4.30	3.07	48.0	15.22	3.90	8.13
GM=YM-XM	100.4	46.25	6.80	6.77	153.2	98.46	9.41	6.14	52.7	6.85	2.62	4.96
GI=YH-XU	84.4	32.39	5.69	6.74	134.6	38.15	6.18	4.59	50.2	90.15	9.49	18.92
GR=YR-X	90.7	19.17	4.38	4.83	140.3	31.50	5.61	4.00	49.6	6.73	2.59	5.22
GO=Y-X	90.7	19.17	4.38	4.83	141.8	27.55	5.25	3.70	51.2	34.53	5.88	11.49
GW=(W)GI+(1-W)GM									52.5	6.29	2.51	4.78

QUADRO 22: Resultados obtidos para os estimadores gm e gi a partir da amostra estratificada.

TEMPO.(U)= 54  
PERMA.(M)= 54  
NOVAS (N)= 54

COEF.CORR. (R)= 0.9654

,VAR.1A.OCAS. 1053.64 107G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 1672.66 107GL  
FCAL. 0.62992 0.69000FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOLUMES MED.DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	
GB=Y-X	89.9	6.58	2.56	2.85	136.5	10.62	3.26	2.39	47.0	2.00	1.42	3.01
GC=Y-X	90.7	9.73	3.12	3.44	136.5	10.62	3.26	2.39	45.8	6.65	2.58	5.63
GM=YM-XM	90.7	19.46	4.41	4.86	138.0	36.29	6.02	4.37	47.3	2.09	1.45	3.06
GI=YN-XU	90.7	19.46	4.41	4.86	133.9	25.56	5.06	3.78	43.2	61.09	7.82	18.09
GR=YR-X	90.7	9.73	3.12	3.44	138.0	16.29	4.04	2.93	47.3	2.07	1.44	3.04
GO=Y-X	90.7	9.73	3.12	3.44	135.9	15.46	3.93	2.89	45.2	15.79	3.97	8.78
GW=(W)GI+(1-W)GM									47.0	2.00	1.42	3.01

QUADRO 23: Resultados obtidos para os estimadores gb, gc, gr, go e gw a partir da amostra aleatória.

TEMPO (U)= 33  
PERMA (M)= 21  
NOVAS (N)= 33

COEF. CORR. (R) = 0.9614

,VAR.1A.OCAS. 1684.00 53G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 2336.94 53GL

FCAL. 0.72060 0.59900FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%		MEDIA V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	
GB=Y-X	82.7	20.72	4.55	5.50	132.7	28.76	5.36	4.04	49.1	8.09	2.84	5.79
GC=Y-X	84.0	30.37	5.51	6.56	132.7	28.76	5.36	4.04	49.8	22.61	4.76	9.56
GM=YM-XM	73.6	47.80	6.91	9.39	123.2	92.83	9.63	7.82	49.6	8.58	2.93	5.91
GI=YN-XU	90.7	61.97	7.87	8.68	132.0	79.44	8.91	6.75	41.3	141.63	11.90	28.80
GR=YR-X	84.0	30.37	5.51	6.56	137.2	48.42	6.96	5.07	53.1	8.48	2.91	5.48
GO=Y-X	84.0	30.37	5.51	6.56	128.6	43.70	6.61	5.14	44.5	54.19	7.36	16.53
GW=(U)GI+(1-U)GM									49.1	8.09	2.84	5.79

QUADRO 24: Resultados obtidos para os estimadores gm e gi a partir da amostra aleatória.

TEMPO (U)= 54  
PERMA (M)= 54  
NOVAS (N)= 54

COEF.CORR. (R) = 0.9575

,VAR.1A.OCAS. 1668.00 107G.L.  
,VAR.2A.OCAS. 2409.24 107GL

FCAL. 0.69233 0.69000FTAB.05

ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO

ESTIMADOR	PRIMEIRA OCASIAO				SEGUNDA OCASIAO				CRESCIMENTO			
	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%	MEDIA	V.MED.	ER.P.	ER.PAD.%
GR=Y-X	84.4	10.85	3.29	3.91	131.4	15.68	3.96	3.01	46.9	3.64	1.91	4.07
GC=Y-X	84.0	15.59	3.95	4.70	131.4	15.68	3.96	3.01	47.3	10.27	3.21	6.77
GM=YM-XM	84.0	31.19	5.58	6.65	130.8	44.67	6.68	5.11	46.8	3.80	1.95	4.16
GI=YN-XU	84.0	31.19	5.58	6.65	132.3	45.39	6.74	5.09	48.3	89.23	9.45	19.56
GR=YR-X	84.0	15.59	3.95	4.70	130.8	24.17	4.92	3.76	46.8	3.75	1.94	4.14
GO=Y-X	84.0	15.59	3.95	4.70	131.6	22.51	4.74	3.61	47.6	23.26	4.82	10.14
GW=(W)GI+(1-W)GM									46.9	3.64	1.91	4.07

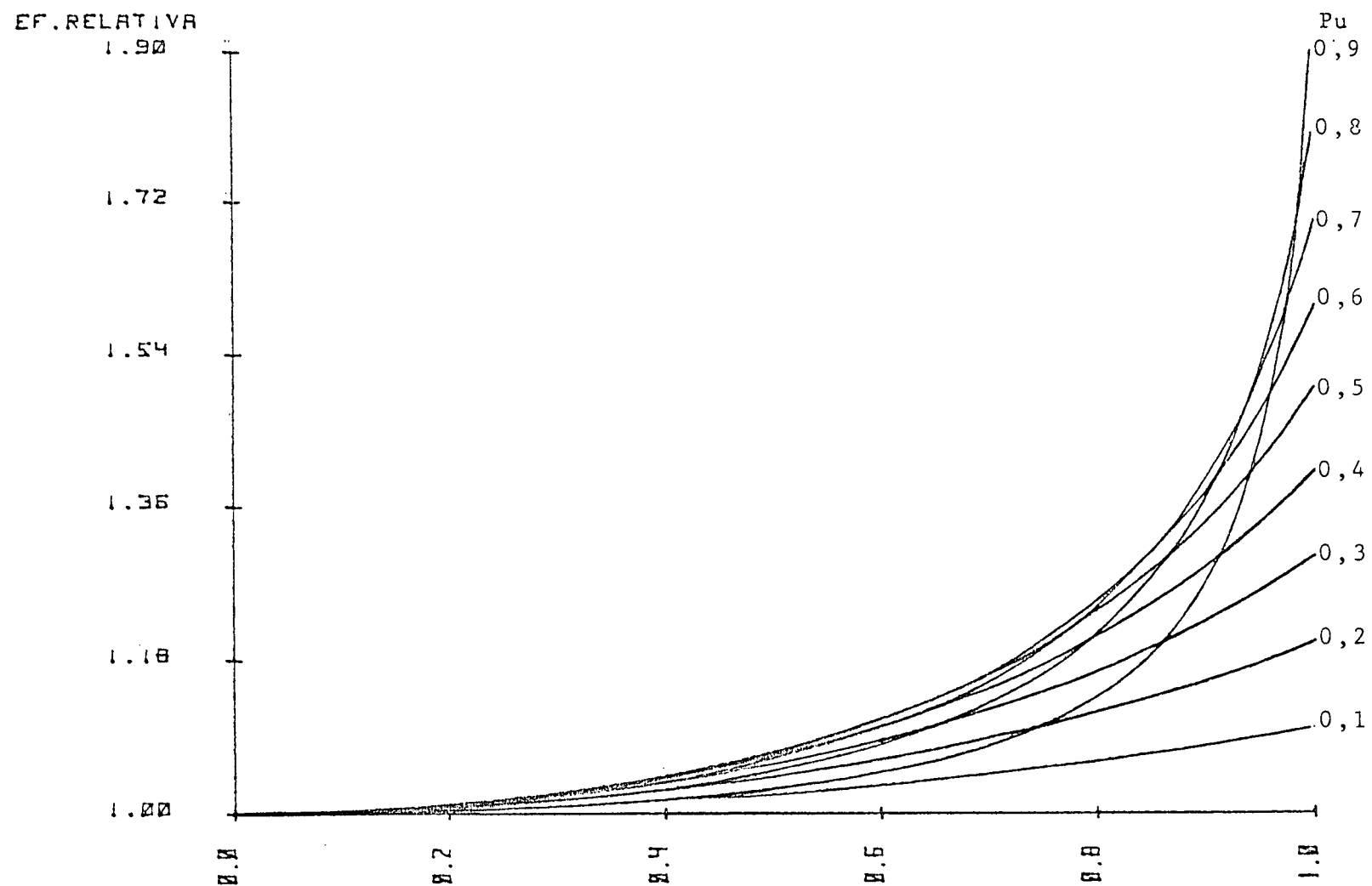


FIGURA 01: Eficiência relativa dos estimadores gc/gb para a estimativa da primeira ocasião.

COEF. CORRELAÇÃO



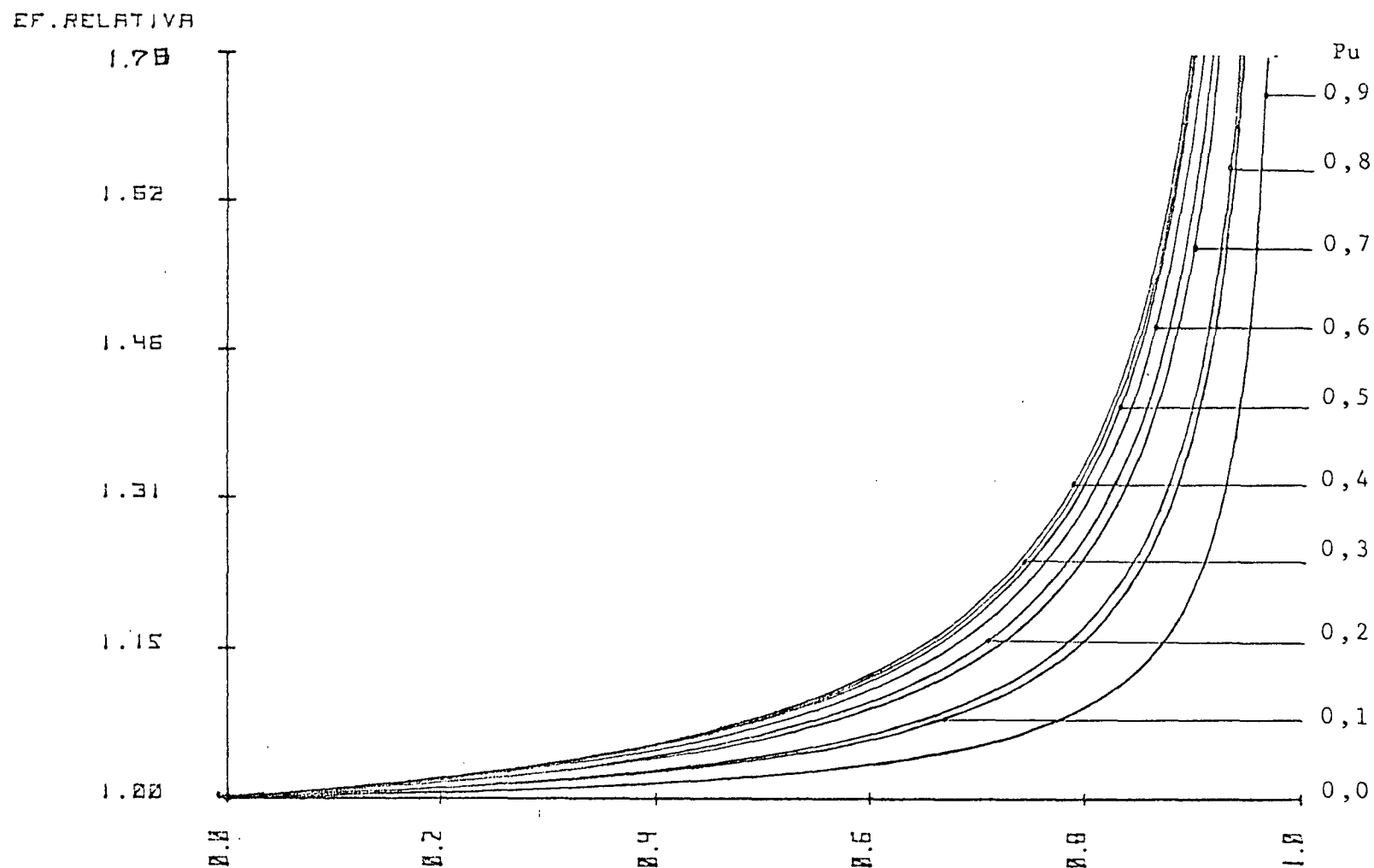


FIGURA 02: Eficiência relativa dos estimadores gc/gb para a estimativa do crescimento.

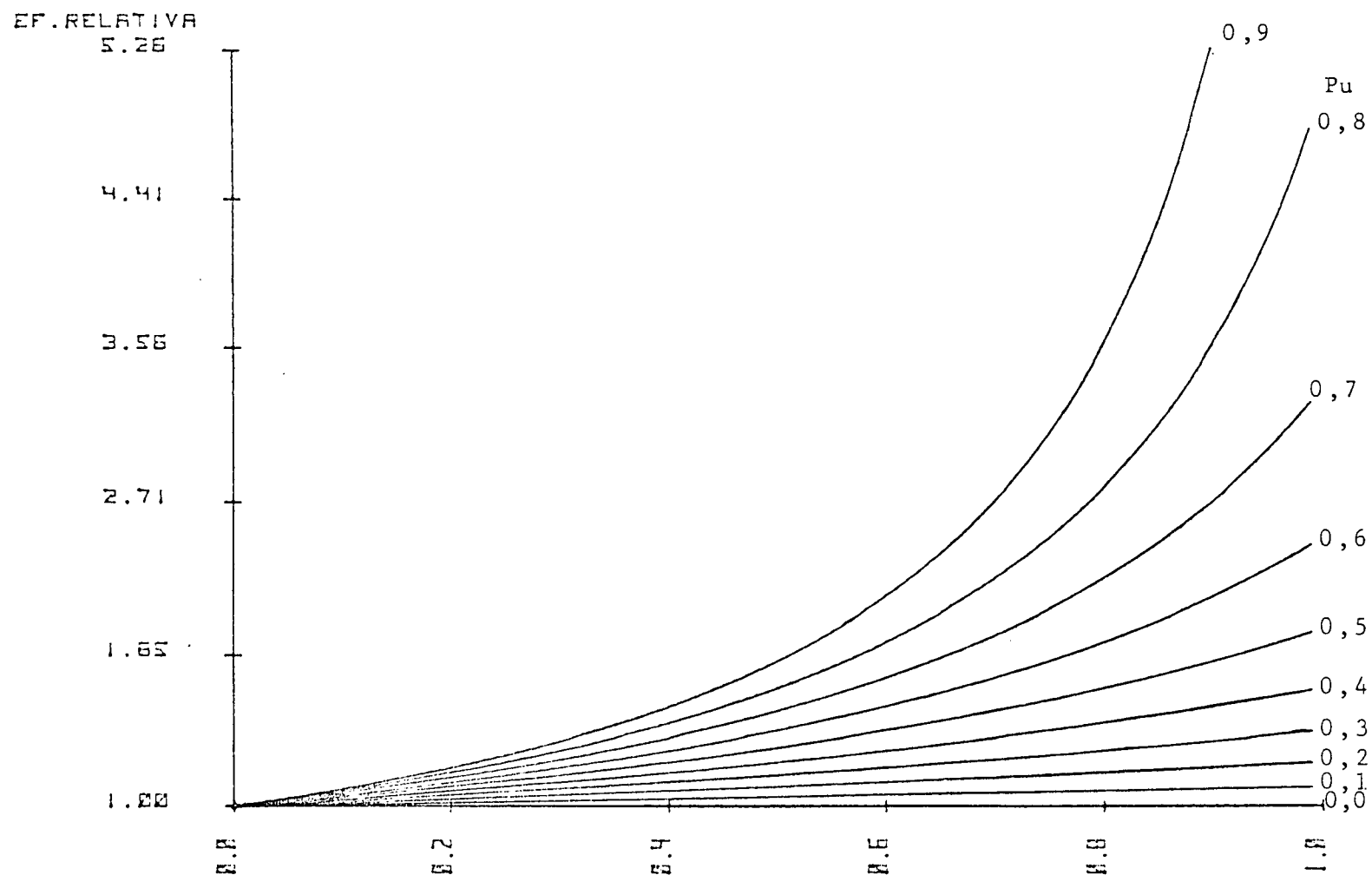


FIGURA 03: Eficiência relativa dos estimadores gb/gm para a  $\rho$  coef. correlação  
estimativa do crescimento.

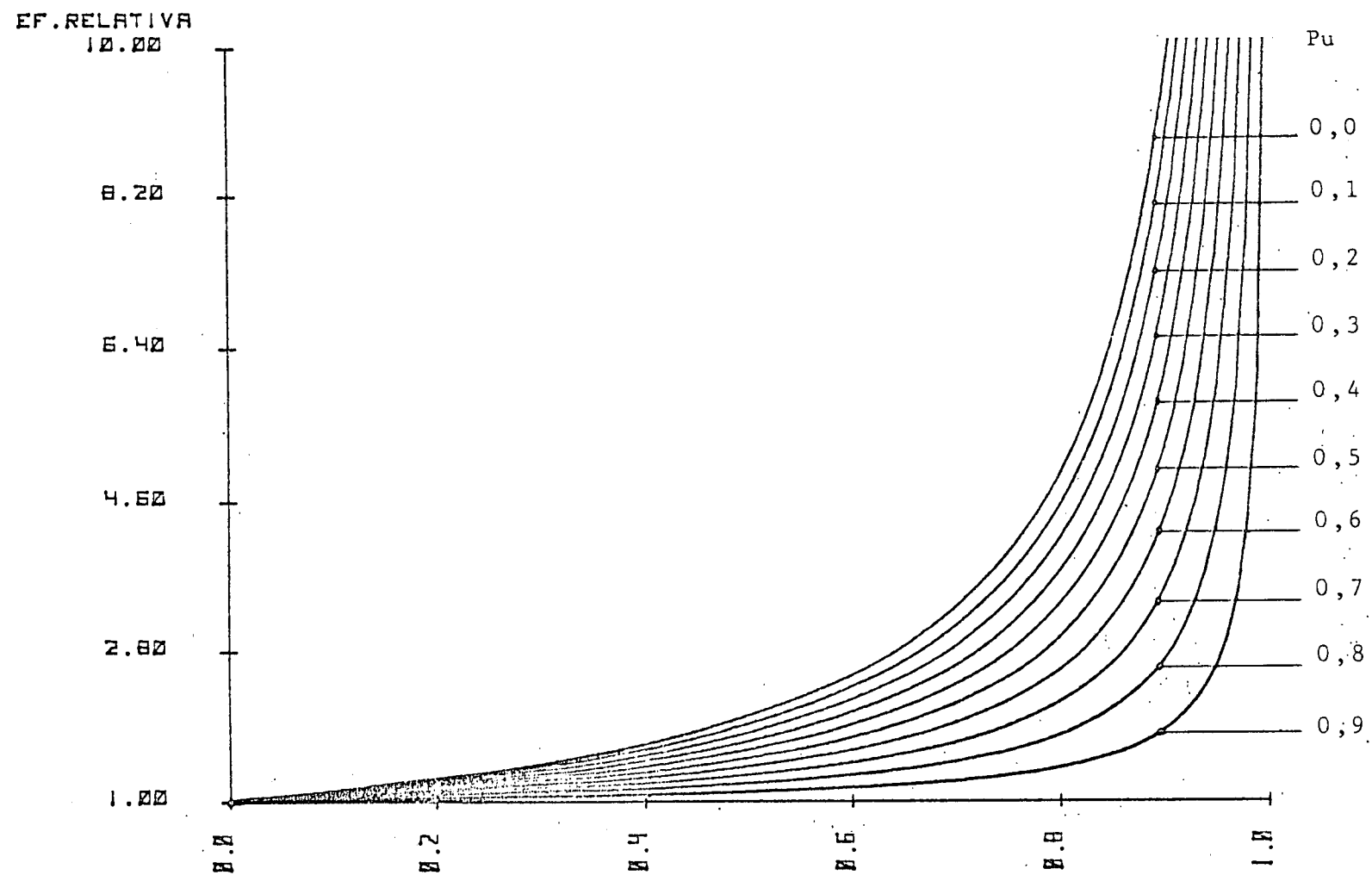


FIGURA 04: Eficiência relativa dos estimadore  $g_i/g_b$  para a estimativa do crescimento.

COEF. CORRELAÇÃO

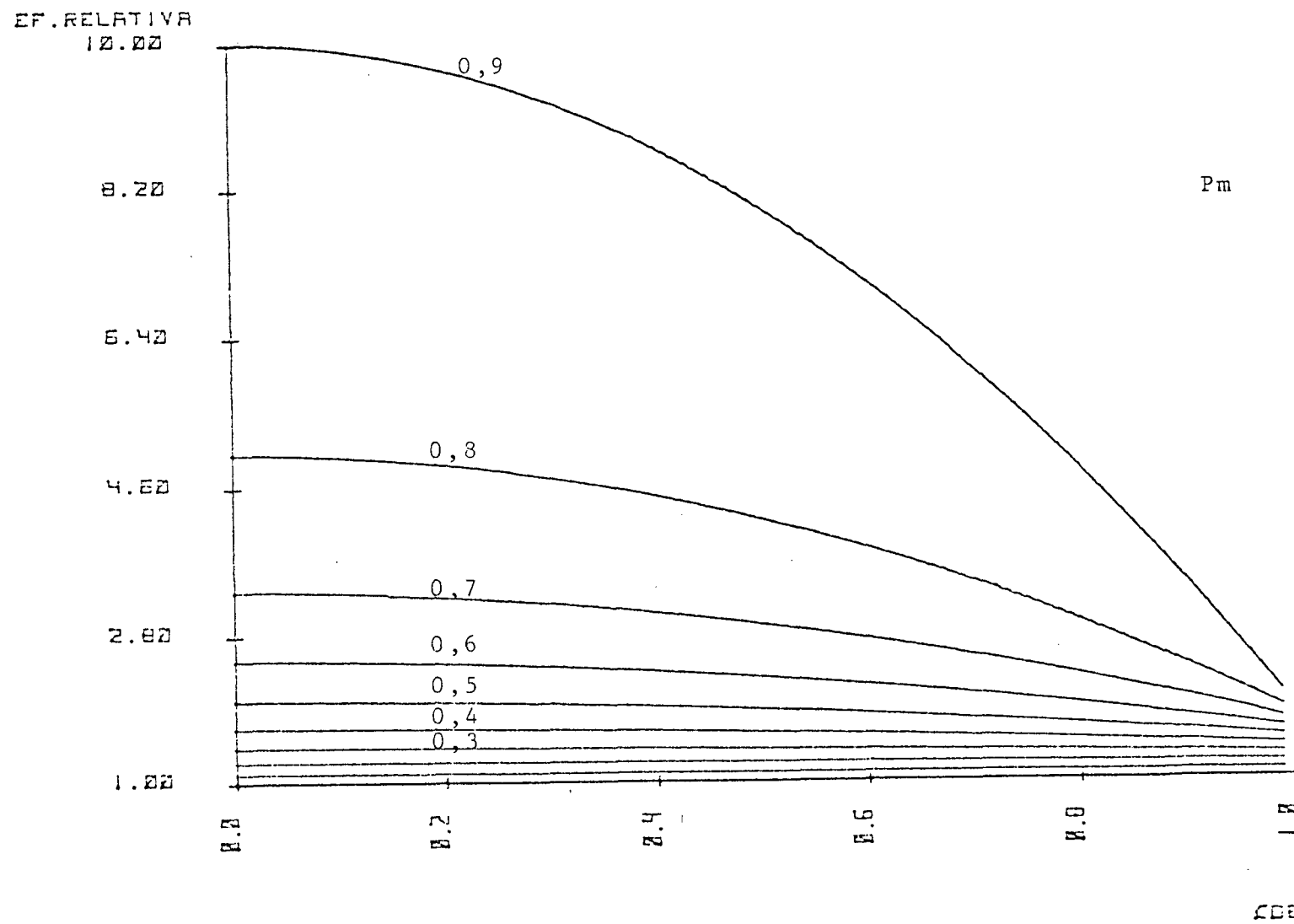


FIGURA 05: Eficiência relativa dos estimadores gr/gb para a estimativa da segunda ocasião.

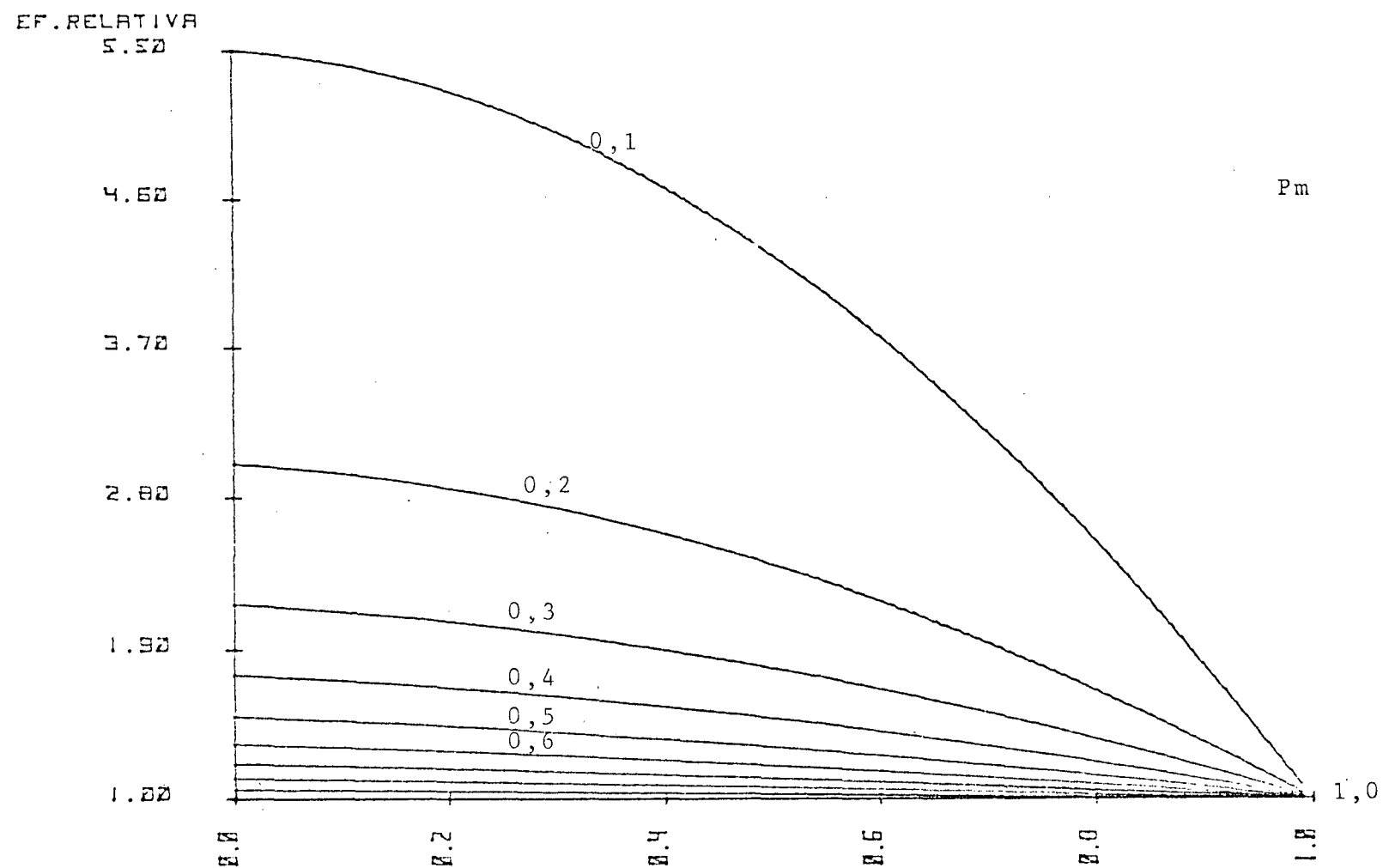


FIGURA 06: Eficiência relativa dos estimadores gr/gb para a estimativa do crescimento.

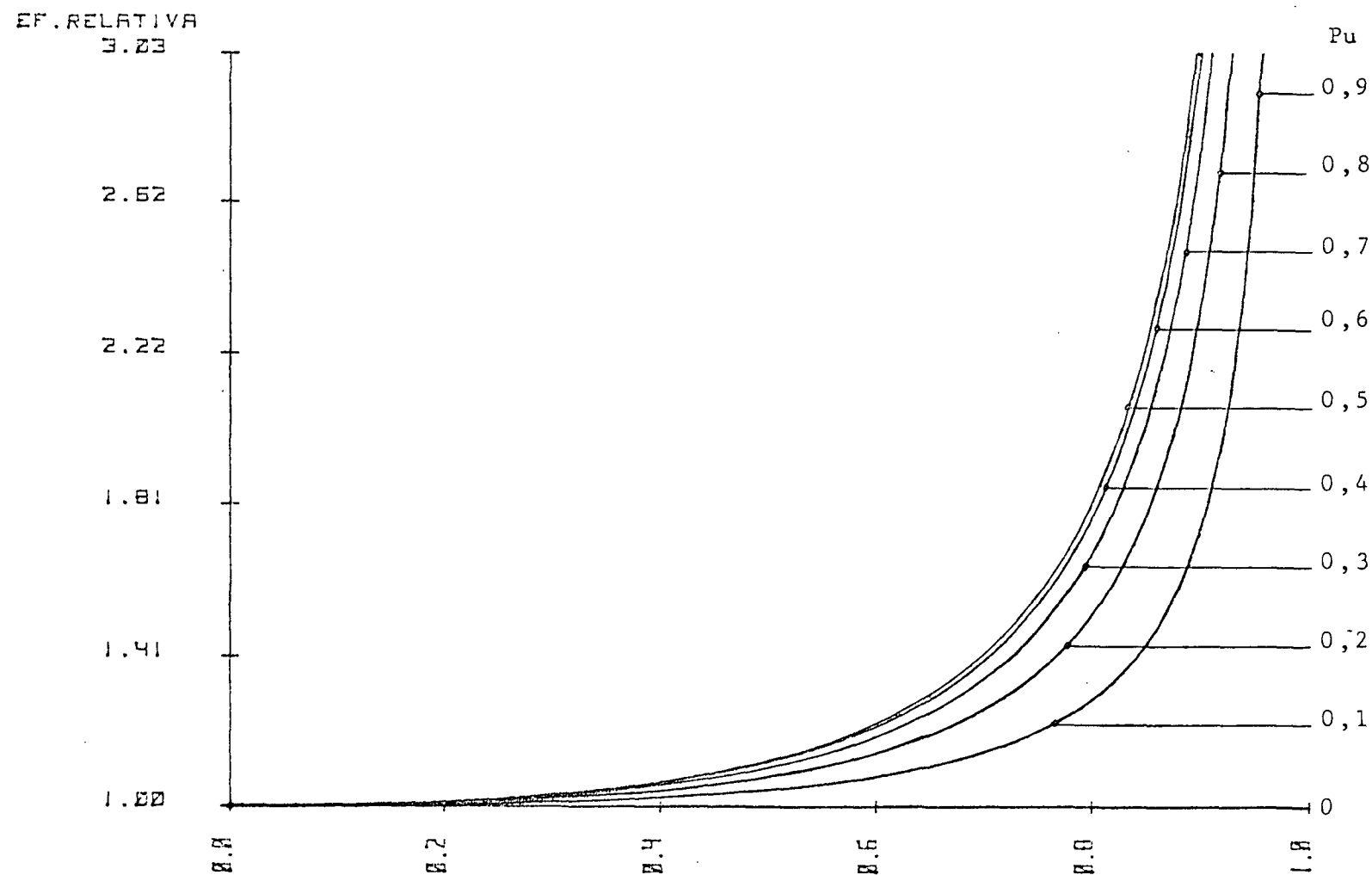


FIGURA 07: Eficiência relativa dos estimadores go/gb para a  $\rho$ DEF. <DRRELAÇÃO estimativa do crescimento.

```

30 DIM ESC(25,3),GS(16,3),A(3)
40 MAT A=ZER
50 MAT G=ZER
60 MAT E=ZER
70 K=0
80 DISP "ALEATORIA(=0),ESTRAT.(=1)"
100 INPUT B2
110 IF B2=0 THEN 170
120 DISP "NO.DE ESTRATOS"
130 INPUT Y
140 K=K+1
150 DISP "TAMANHO DO ESTRATO"K
160 INPUT A(K)
170 MAT V=ZER
180 MAT D=ZER
190 MAT S=ZER
200 MAT X=ZER
210 MAT Y=ZER
220 MAT Z=ZER
230 MAT R=ZER
240 MAT P=ZER
250 M=N=U=0
260 REM U=AMOST.TEMP.(1A.OCAS.),M=AMOST.PERM.(1A.E2A.OCAS.)
270 REM N=AMOST.NOVA(2A.OCAS.)
280 REM FLAG DADO POR -1 NO CAMPO DE X(1A.OCAS.)
290 REM X=VOL.PARC.(1A.OCAS.),Y=VOL.PARC.(2A.OCAS.)
300 DISP "VOL.(1A.OCAS.) E VOL.(2A.OCAS.)"
310 INPUT X,Y
320 IF X=-1 THEN 350
330 REM SOMATORIOS DE X,Y E U,M,N
340 REM TESTE X PERTENCE AMOST.U OU M
350 IF Y=0 THEN 410
360 REM CAMPO DE U
370 S(1)=S(1)+X
380 U=U+1
390 R(U)=X
400 GOTO 300
410 REM TESTE Y PERTENCE AMOST. M OU N
420 IF X=0 THEN 500
430 REM CAMPO DE M
440 M=M+1
450 S(2)=S(2)+X
460 S(3)=S(3)+Y
470 X(M)=X
480 Y(M)=Y
490 GOTO 300
500 REM CAMPO DE N
510 N=N+1
520 S(4)=S(4)+Y
530 Z(N)=Y
540 GOTO 300
550 REM MEDIAS SIMPLES
560 X0=S(1)/U
570 X1=S(2)/M
580 N1=U+M
590 N2=M+N

```

```

610 P1=M/H1
620 Q0=M/H2
630 Q1=M/H2
640 X2=P0*X0+P1*X1
650 Y0=S(3)/M
660 Y1=S(4)/M
670 Y2=Q0*Y0+Q1*Y1
680 REM SOMAT. PROD. CRUZ. E QUADR. DE RESIDUOS
690 FOR J=1 TO M
700 S(6)=S(6)+(X(J)-X1)*(Y(J)-Y0)
710 S(7)=S(7)+(X(J)-X1)^2
720 S(8)=S(8)+(Y(J)-Y0)^2
730 S(9)=S(9)+(X(J)-X2)^2
740 S(10)=S(10)+(Y(J)-Y2)^2
750 NEXT J
760 FOR I=1 TO U
770 S(11)=S(11)+(R(I)-X0)^2
780 S(9)=S(9)+(R(I)-X2)^2
790 NEXT I
800 FOR J=1 TO M
810 S(12)=S(12)+(Z(J)-Y1)^2
820 S(10)=S(10)+(Z(J)-Y2)^2
830 NEXT J
840 REM COEF. CORR., VARIANCIAS, DESV. PAD. SIMPLES
850 R=S(6)/SQR(S(7)*S(8))
860 V(1)=S(7)/(M-1)
870 V(2)=S(11)/(U-1)
880 V(3)=S(9)/(U+M-1)
890 V(4)=S(8)/(M-1)
900 V(5)=S(12)/(M-1)
910 V(6)=S(10)/(M+M-1)
920 D(1)=SQR(V(1))
930 D(2)=SQR(V(2))
940 D(3)=SQR(V(3))
950 D(4)=SQR(V(4))
960 D(5)=SQR(V(5))
970 D(6)=SQR(V(6))
980 REM COEFS. BYX, BXY
990 B0=R*D(4)/D(1)
1000 B1=R*D(1)/D(4)
1010 X4=X1+B1*(Y2-Y0)
1020 Y4=Y0+B0*(X2-X1)
1030 H=M2-P0*M*R^2
1040 REM VAR. DA MED. E ERRO PAD. DA 1A. OCAS. (SIMPLES)
1050 V(7)=(U+V(2)+M*V(1))/M1^2
1060 D(7)=SQR(V(7))
1070 REM TESTE HOMOGENEIDADE DE VARIANCIAS
1080 F=V(3)/V(6)
1090 DISP "VAL. FTAB. BILAT. P/"M1-1"G.L. NUM. E "M2-1"G.L. DENOM. "
1100 INPUT F1
1110 REM MELHOR ESTIM. MEDIA REAL 1A. OCAS. (A.R.P.)
1120 Z1=(P0*(M2-M*R^2))/(M2-P0*M*R^2)
1130 Z2=(M2*P1)/(M2-P0*M*R^2)
1140 Z3=-((M*P1)/(M2-P0*M*R^2))*R*V(3)/V(6)
1150 X3=Z1*X0+Z2*X1+Z3*Y0-Z3*Y1
1160 REM TESTE TAKAKU DAS AMOSTRAS M1 E M2
1170 IF M1=M2 THEN 1290
1180 REM MELHOR ESTIM. DA MEDIA REAL 2A. OCAS. (A.R.P.)

```



```

1210 C1=(N*(1-P0*R^2))/N
1220 Y3=(A*X0)-(A*X1)+(C*Y0)+(C1*Y1)
1230 REM VAR. DA MED. E ERRO PAD.
1240 L1=A^2*V[3]*(1/U+1/H)+C^2*(V[6]/H)+C1^2*(V[6]/H)
1250 L2=2*A*C*R*(D[3]*D[6]/H)
1260 V[8]=L1-L2
1270 D[8]=SQR(V[8])
1280 GOTO 1420
1290 A=((P1-P0)/(1-P0^2*R^2))*R*(D[6]/D[3])
1300 C=P1/(1-P0^2*R^2)
1310 C1=(P0*(1-P0*R^2))/(1-P0^2*R^2)
1320 IF F>F1 THEN 1370
1330 Y3=C*Y4+C1*Y1
1340 V[8]=(V[6]*(1-P0*R^2))/(H1*(1-P0^2*R^2))
1350 D[8]=SQR(V[8])
1360 GOTO 1420
1370 Y5=Y0+R*(X2-X1)
1380 Y3=C*Y5+C1*Y1
1390 V[8]=(V[6]*(1-P0*R^2))/(H1*(1-P0^2*R^2))
1400 D[8]=SQR(V[8])
1410 REM MELHOR ESTIM. DO CRESC. (GB)
1420 IF H1=H2 THEN 1490
1430 L3=(H/H)*Y4+((H*(1-P0*R^2))/H)*Y1
1440 L4=((H2*P1)/H)*X4+(P0*(H2-H*R^2)/H)*X0
1450 G1=L3-L4
1460 V[9]=(1/H)*((H2-H*R^2)/H1*V[3]+(1-P0*R^2)*V[6]-2*P1*R*D[3]*D[6])
1470 D[9]=SQR(V[9])
1480 GOTO 1630
1490 IF F>F1 THEN 1580
1500 L3=(P1/(1-P0^2*R^2))*(Y0+B0*(X2-X1))+(P0*(1-P0*R^2)/(1-P0^2*R^2))*Y1
1510 L4=(P1/(1-P0^2*R^2))*(X1+B1*(Y2-Y0))+(P0*(1-P0*R^2)/(1-P0^2*R^2))*X0
1520 G1=L3-L4
1530 V1=((1-P0*R^2)*(V[3]+V[6]))/(H1*(1-P0^2*R^2))
1540 V2=(2*P1*R*D[3]*D[6])/(H1*(1-P0^2*R^2))
1550 V[9]=V1-V2
1560 D[9]=SQR(V[9])
1570 GOTO 1630
1580 L3=((P0*(1-R))/(1-P0*R))*(Y1-X0)
1590 L4=(P1/(1-P0*R))*(Y0-X1)
1600 G1=L3+L4
1610 V[9]=(2*V[6]*(1-R))/(H1*(1-P0*R))
1620 D[9]=SQR(V[9])
1630 REM ESTIMADOR BASEADO NA MEDIA TOTAL DA OCASIAO 1 E A MELHOR MED. CORR. NA OC
1640 REM ESTIMATIVA DA MEDIA CORRENTE NA OCASIAO 2 (GC)
1650 IF H1=H2 THEN 1720
1660 G2=(A-P0)*X0-(P1+A)*X1+C*Y0+C1*Y1
1670 V3=V[3]/H1+V[6]*(1-P0*R^2)/(H2-P0*H*R^2)
1680 V4=2*(P1/(H2-P0*H*R^2))*R*D[3]*D[6]
1690 V[10]=V3-V4
1700 D[10]=SQR(V[10])
1710 GOTO 1850
1720 IF F>F1 THEN 1790
1730 G2=(A-P0)*X0-(P1+A)*X1+C*Y0+C1*Y1
1740 V5=V[3]/H1+V[6]*(1-P0*R^2)/(H1*(1-P0^2*R^2))
1750 V6=2*(P1/(H1*(1-P0^2*R^2))*R*D[3]*D[6]
1760 V[10]=V5-V6
1770 D[10]=SQR(V[10])
1780 GOTO 1850
1790 G2=(A-P0)*X0-(P1+A)*X1+C*Y0+C1*Y1

```

```

1810 V6=(V[6]*P1*P0*R^2)/(N1*(1-P0*R)*(1+P0*R))
1820 V[10]=V5+V6
1830 D[10]=SQR(V[10])
1840 REM ESTIMADOR BASEADO NAS PARCELAS REMEDIDAS (GM)
1850 IF F>F1 THEN 1900
1860 G3=Y0-X1
1870 V[11]=((V[3]+V[6])-(2*R*D[3]*D[6]))/M
1880 D[11]=SQR(V[11])
1890 GOTO 1940
1900 G3=Y0-X1
1910 V[11]=(2*V[6]*(1-R))/M
1920 D[11]=SQR(V[11])
1930 REM ESTIMADOR BASEADO NAS PARCELAS NAO REMEDIDAS (GI)
1940 IF F>F1 THEN 1990
1950 G4=Y1-X0
1960 V[12]=(V[6]/H)+(V[3]/U)
1970 D[12]=SQR(V[12])
1980 GOTO 2080
1990 IF N1=N2 THEN 2040
2000 G4=Y1-X0
2010 V[12]=(V[6]*(H+U))/(U*N)
2020 D[12]=SQR(V[12])
2030 GOTO 2080
2040 G4=Y1-X0
2050 V[12]=(2*V[6])/H
2060 D[12]=SQR(V[12])
2070 REM ESTIMADOR PONDERADO DAS PARCELAS PERMANENTES E DAS INDEPENDENTES (GW)
2080 IF F>F1 THEN 2150
2090 W=V[11]/(V[12]+V[11])
2100 W1=V[12]/(V[12]+V[11])
2110 G5=W*G4+W1*G3
2120 V[13]=W^2*V[12]+W1^2*V[11]
2130 D[13]=SQR(V[13])
2140 GOTO 2280
2150 IF N1=N2 THEN 2220
2160 W=(2*U*N*(1-R))/(2*U*N*(1-R)+M*(U+N))
2170 W1=(M*(U+N))/(2*U*N*(1-R)+M*(U+N))
2180 G5=W*G4+W1*G3
2190 V[13]=(2*(U+N)*(1-R)*V[6])/(2*U*N*(1-R)+M*(U+N))
2200 D[13]=SQR(V[13])
2210 GOTO 2280
2220 W=(P0*(1-R))/(1-P0*R)
2230 W1=P1/(1-P0*R)
2240 G5=W*(Y1-X0)+W1*(Y0-X1)
2250 V[13]=(2*V[6]*(1-R))/(N1*(1-P0*R))
2260 D[13]=SQR(V[13])
2270 REM ESTIMADOR BASEADO EM TODAS AS MEDIAS DA DUAS OCAS. (GO)
2280 IF N1=N2 THEN 2330
2290 G6=Y2-X2
2300 V[14]=(V[6]/N2)+(V[3]/N1)-(2*M*R*(D[3]*D[6])/(N1*N2))
2310 D[14]=SQR(V[14])
2320 GOTO 2420
2330 IF F>F1 THEN 2380
2340 G6=P1*(Y0-X1)+P0*(Y1-X0)
2350 V[14]=((V[3]+V[6])-(2*P1*R*D[3]*D[6]))/N1
2360 D[14]=SQR(V[14])
2370 GOTO 2420
2380 G6=P1*(Y0-X1)+P0*(Y1-X0)

```

```

2410 REM ESTIMADOR BASEADO NA MEDIA DA OCASIAO 2 E NA ESTIMATIVA DE REGRESSO
2420 REM DA OCASIAO 2 ( GR )
2430 IF F>F1 THEN 2480
2440 G7=Y4-X2
2450 V[15]=(V[6]*(1-P0*R^2)/M)+(V[3]/N1)-(2*R*D[3]*D[6])/N1
2460 D[15]=SQRT(V[15])
2470 GOTO 2520
2480 G7=Y4-X2
2490 V[15]=V[6]*(((1-R)^2/N1)+(1-R^2)/M)
2500 D[15]=SQRT(V[15])
2510 REM VAR. DA MEDIA E ERRO PAD. DE NIU(1), XU, XM, YH, YH, Y, YR
2520 V[16]=(V[3]/N1)*(1-(N*M*R^2/(N1*N2-U*N*R^2)))
2530 D[16]=SQRT(V[16])
2540 V[17]=V[2]/U
2550 D[17]=SQRT(V[17])
2560 V[18]=V[1]/M
2570 D[18]=SQRT(V[18])
2580 V[19]=V[4]/M
2590 D[19]=SQRT(V[19])
2600 V[20]=V[5]/M
2610 D[20]=SQRT(V[20])
2620 V[21]=(M*V[4]+N*V[5])/N2^2
2630 D[21]=SQRT(V[21])
2640 V[22]=(V[6]*(1-R^2)/M)+(R^2*V[6]/N1)
2650 D[22]=SQRT(V[22])
2660 REM ERRO PADRAO EM PERCENTAGEM
2670 P[1]=D[7]/X2*100
2680 P[2]=D[17]/X0*100
2690 P[3]=D[18]/X1*100
2700 P[4]=D[19]/Y0*100
2710 P[5]=D[20]/Y1*100
2720 P[6]=D[21]/Y2*100
2730 P[7]=D[22]/Y4*100
2740 P[8]=D[16]/X3*100
2750 P[9]=D[8]/Y3*100
2760 P[10]=D[9]/G1*100
2770 P[11]=D[10]/G2*100
2780 P[12]=D[11]/G3*100
2790 P[13]=D[12]/G4*100
2800 P[14]=D[13]/G5*100
2810 P[15]=D[14]/G6*100
2820 P[16]=D[15]/G7*100
2830 DISP "DEFINA O ESTRATO OU POPULACAO"
2840 INPUT P$
2850 WRITE (15,2860)P$
2860 FORMAT 40X,F50.0
2870 WRITE (15,2880)U,M,N
2880 FORMAT 2//,"TEMPO (U)=",F5.0,/,,"PERNA (M)=",F5.0,/,,"NOVAS (N)=",F5.0,/,
2890 WRITE (15,2900)R
2900 FORMAT "COEF. CORR. (R) =",F7.4,/,
2910 WRITE (15,2920)V[3],U+M-1,V[6],M+H-1
2920 FORMAT ",VAR.1A.OCAS.",F10.2,F7.0,"G.L.",/,",VAR.2A.OCAS.",F10.2,F7.0,"GL",
2930 WRITE (15,2940)F,F1
2940 FORMAT "FCAL.",F10.5,F10.5,"FTAB.05",/,
2950 WRITE (15,2960)
2960 FORMAT 2//,"ESTIMATIVAS DOS VOL.MEDIOS DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO",/
2970 WRITE (15,2980)
2980 FORMAT 108*=" "
2990 WRITE (15,3000)*CRESCIMENTO*

```

```

3010 WRITE (15,3020)
3020 FORMAT (15X,3*MEDIA V.MED. ER.P. ER.PAD.X ".,/,108"*.",/
3030 WRITE (15,3040)X3,V[16],D[16],P[8],Y3,V[8],D[8],P[9],G1,V[9],D[9],P[10]
3040 FORMAT "GB=Y-X",F14.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,/
3050 WRITE (15,3060)X2,V[7],D[7],P[1],Y3,V[3],D[3],P[9],G2,V[10],D[10],P[11]
3060 FORMAT "GC=Y-X",F14.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,/
3070 WRITE (15,3080)X1,V[18],D[18],P[3],Y0,V[19],D[19],P[4],G3,V[11],D[11],P[12]
3080 FORMAT "GM=YM-XM",F12.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,/
3090 WRITE (15,3100)X0,V[17],D[17],P[2],Y1,V[20],D[20],P[5],G4,V[12],D[12],P[13]
3100 FORMAT "CI=YH-XU",F12.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,/
3110 WRITE (15,3120)X2,V[7],D[7],P[1],Y4,V[22],D[22],P[7],G7,V[15],D[15],P[16]
3120 FORMAT "CR=YR-X",F13.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,/
3130 WRITE (15,3140)X2,V[7],D[7],P[1],Y2,V[21],D[21],P[6],G6,V[14],D[14],P[15]
3140 FORMAT "CO=Y-X",F14.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,F11.1,3F7.2,/
3150 WRITE (15,3160)G5,V[13],D[13],P[14]
3160 FORMAT "GW=(W)GI+(1-W)GM",57X,F11.1,3F7.2,/
3170 WRITE (15,2980)
3180 WRITE (15,3190)Z1,Z2,Z3
3190 FORMAT 2/,"COEF.1A.OCAS.",/,"(1-B)=",F8.4/,"B=",F8.4/,"C=",F8.4
3200 WRITE (15,3210)A,C,C1
3210 FORMAT 2/,"COEF.2A.OCAS.",/,"A=",F8.4/,"C=",F8.4/,"(1-C)=",F8.4
3220 IF B2=0 THEN 4290
3230 REM AMOSTRA ESTRATIFICADA
3240 E[1,K]=X3
3250 G[1,K]=V[16]
3260 E[2,K]=Y3
3270 G[2,K]=V[8]
3280 E[3,K]=X2
3290 G[3,K]=V[7]
3300 E[4,K]=X1
3310 G[4,K]=V[18]
3320 E[5,K]=Y0
3330 G[5,K]=V[19]
3340 E[6,K]=X0
3350 G[6,K]=V[17]
3360 E[7,K]=Y1
3370 G[7,K]=V[20]
3380 E[8,K]=Y2
3390 G[8,K]=V[21]
3400 E[9,K]=Y4
3410 G[9,K]=V[22]
3420 E[10,K]=G1
3430 G[10,K]=V[9]
3440 E[11,K]=G2
3450 G[11,K]=V[10]
3460 E[12,K]=G3
3470 G[12,K]=V[11]
3480 E[13,K]=G4
3490 G[13,K]=V[12]
3500 E[14,K]=G5
3510 G[14,K]=V[13]
3520 E[15,K]=G6
3530 G[15,K]=V[14]
3540 E[16,K]=G7
3550 G[16,K]=V[15]
3560 E[17,K]=U
3570 E[18,K]=M
3580 E[19,K]=H
3590 E[20,K]=R

```

```

3620 IF K<T THEN 140
3630 MAT V=ZER
3640 MAT D=ZER
3650 MAT P=ZER
3660 MAT S=ZER
3670 A=A[1]+A[2]+A[3]
3680 FOR I=1 TO 16
3690 V[I]=(E[I,1]*A[1]+E[I,2]*A[2]+E[I,3]*A[3])/A
3700 S[I]=(A[1]^2*G[I,1]+A[2]^2*G[I,2]+A[3]^2*G[I,3])/A^2
3710 D[I]=SQR(S[I])
3720 P[I]=D[I]/V[I]*100
3730 NEXT I
3740 U=E[17,1]+E[17,2]+E[17,3]
3750 M=E[18,1]+E[18,2]+E[18,3]
3760 N=E[19,1]+E[19,2]+E[19,3]
3770 R=(E[20,1]*A[1]+E[20,2]*A[2]+E[20,3]*A[3])/A
3780 V8=(E[21,1]*A[1]+E[21,2]*A[2]+E[21,3]*A[3])/A
3790 V9=(E[22,1]*A[1]+E[22,2]*A[2]+E[22,3]*A[3])/A
3800 F=V8/V9
3810 DISP "VAL.FTAB.BIL.P/"U+M-1"GL.NUM.E"M+N-1"GL.DEN.;"
3820 INPUT F1
3830 DISP "DEFINA A POPULACAO;"
3840 INPUT P1
3850 WRITE (15,3860)P1
3860 FORMAT 40X,F50.0
3870 WRITE (15,3880)U,M,N
3880 FORMAT 2/,"TEMPO.(U)=",F5.0,/,,"PERMA.(M)=",F5.0,/,,"NOVAS (N)=",F5.0,/,
3890 WRITE (15,3900)R
3900 FORMAT "COEF.CORR. (R)=",F7.4,/,
3910 WRITE (15,3920)V8,U+M-1,V9,M+N-1
3920 FORMAT ",VAR.1A.OCAS.",F10.2,F7.0,"G.L.",/,",VAR.2A.OCAS.",F10.2,F7.0,"GL"
3930 WRITE (15,3940)F,F1
3940 FORMAT "FCAL.",F10.5,F10.5,"FTAB.05",/,
3950 WRITE (15,3960)
3960 FORMAT 2/,"ESTIMATIVAS DOS VOLUMES MED.DA 1A.OCAS.,2A.OCAS.E CRESCIMENTO",/
3970 WRITE (15,3980)
3980 FORMAT 108"="
3990 WRITE (15,4000)"CRESCIMENTO"
4000 FORMAT "ESTIMADOR",11X,"PRIMEIRA OCASIAO",17X,"SEGUNDA OCASIAO",19X
4010 WRITE (15,4020)
4020 WRITE (15,4030)V[1],S[1],D[1],P[1],V[2],S[2],D[2],P[2]
4030 FORMAT "GB=Y-X",F14.1,3F7.2,F11.1,3F7.2
4040 WRITE (15,4050)V[10],S[10],D[10],P[10]
4050 FORMAT F11.1,3F7.2,/,
4060 WRITE (15,4070)V[3],S[3],D[3],P[3],V[2],S[2],D[2],P[2]
4070 FORMAT "GC=Y-X",F14.1,3F7.2,F11.1,3F7.2
4080 WRITE (15,4090)V[11],S[11],D[11],P[11]
4090 FORMAT F11.1,3F7.2,/,
4100 WRITE (15,4110)V[4],S[4],D[4],P[4],V[5],S[5],D[5],P[5]
4110 FORMAT "GM=YM-XM",F12.1,3F7.2,F11.1,3F7.2
4120 WRITE (15,4130)V[12],S[12],D[12],P[12]
4130 FORMAT F11.1,3F7.2,/,
4140 WRITE (15,4150)V[6],S[6],D[6],P[6],V[7],S[7],D[7],P[7]
4150 FORMAT "GI=YN-XN",F12.1,3F7.2,F11.1,3F7.2
4160 WRITE (15,4170)V[13],S[13],D[13],P[13]
4170 FORMAT F11.1,3F7.2,/,
4180 WRITE (15,4190)V[3],S[3],D[3],P[3],V[9],S[9],D[9],P[9]
4190 FORMAT "GR=YR-X",F13.1,3F7.2,F11.1,3F7.2

```

```
4200 WRITE (15,4210)V[16],S[16],D[16],P[16]
4210 FORMAT F11.1,3F7.2,/
4220 WRITE (15,4230)V[3],S[3],D[3],P[3],V[8],S[8],D[8],P[8]
4230 FORMAT "GO=Y-X",F14.1,3F7.2,F11.1,3F7.2
4240 WRITE (15,4250)V[15],S[15],D[15],P[15]
4250 FORMAT F11.1,3F7.2,/
4260 WRITE (15,4270)V[14],S[14],D[14],P[14]
4270 FORMAT "GU=(U)GI+(1-U)GK",57X,F11.1,3F7.2,/
4280 WRITE (15,3960)
4290 END
```